

第六届中国格点 QCD 研讨会 (CLQCD 2026) ▪ 香港中文大学 (深圳) ▪ 2026 年 10 月 8–11 日

基于物理信息神经网络的 部分子碎裂函数提取

庞龙刚

华中师范大学粒子物理研究所 & 人工智能与计算物理研究中心

SW Dai, FP Li, LG Pang, XN Wang, BW Zhang, HZ Zhang

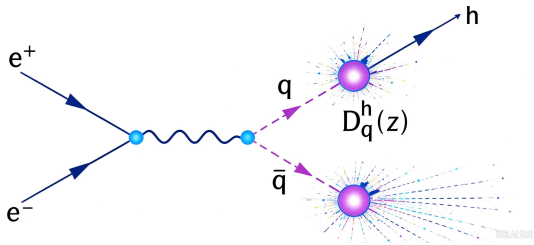
Sci. China Phys. Mech. Astron. **69**, 112012 (2026) ▪ arXiv:2601.20177 [hep-ph]

碎裂函数的定义

高能碰撞产生 **夸克和胶子**，但探测器只看到 **强子**。二者之间的映射就是碎裂函数：

$$D_i^h(z, Q)$$

部分子 $i \rightarrow$ 强子 h



示意图： $e^+e^- \rightarrow q\bar{q} \rightarrow$ 强子； $D_q^h(z)$ 即夸克 q 产生强子 h 的碎裂函数

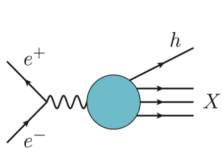
- $D_i^h(z, Q)$ ：标度 Q 下、携带能量份额 z 的强子 h 的 **数密度**；
- 实时演化、真空到强子、多粒子包容求和 $\Rightarrow$ Lattice QCD 计算困难；
- 非微扰 $\Rightarrow$ **必须从实验数据中提取**；
- 本工作：**未鉴别带电强子** $h^\pm$ ， $i = u, d, s, c, b, g$ 。

碎裂函数研究的历史 (1971–2026)

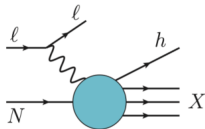


- 该概念提出很早，但核心困难始终存在：碎裂函数是 **非微扰量**，每一种提取都必须选择如何 **参数化**、如何 **演化**。
- 2026 年：把手工选定的参数化，换成受 **DGLAP 方程** 本身约束的 **神经网络**。

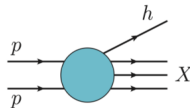
三种硬过程与 SIA 通道的选择



ee(SIA)



ep(SIDIS)



pp

SIA $e^+e^- \rightarrow h + X$

$$\sum_i C_i \otimes D_i^h$$

不含 PDF $\Rightarrow$ **最干净的通道**

SIDIS $\ell N \rightarrow \ell h + X$

$$\sum_{ij} f_{i/N} \otimes C_{ij} \otimes D_j^h$$

一个 PDF + 一个碎裂函数

pp $pp \rightarrow h + X$

$$\sum_{ijk} f_i \otimes f_j \otimes \hat{\sigma}_{ij \rightarrow k} \otimes D_k^h$$

两个 PDF + 一个碎裂函数

DGLAP 演化方程

共线因子化: 可观测截面写成**微扰系数函数**与**普适碎裂函数**的卷积 $\sigma = \sum_i C_i \otimes D_i^h$, 非微扰信息全部收进 D_i^h 。共线发散被吸收进 D_i^h 的**定义**, 由此引入**因子化标度** Q ; 物理截面与 Q 无关 (**RG 不变性**), 这一要求给出微扰 QCD 的 **DGLAP 演化方程**:

$$\frac{\partial D_i^h(z, Q)}{\partial \ln Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \sum_j P_{ji}(y) \otimes D_j^h\left(\frac{z}{y}, Q\right)$$

- P_{ji} : $i \rightarrow j + X$ 的 **劈裂函数** (i 辐射、 j 碎裂) ——已知;
- **单态** $D_\Sigma = \sum_q (D_q + D_{\bar{q}})$ 与胶子耦合; **非单态** 独立演化;
- 与过程无关 $\Rightarrow$ 碎裂函数 **普适性** 的基础。

Mellin 变换：卷积化为乘积

z 空间 (位置空间)

$$\frac{\partial D_i}{\partial \ln Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \sum_j \underbrace{P_{ji} \otimes D_j}_{\text{卷积}}$$

微分-积分方程，代价高

Mellin
变换

N 空间 (矩空间)

$$\frac{\partial D_i(N)}{\partial \ln Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \sum_j \underbrace{P_{ji}(N) D_j(N)}_{\text{普通乘积}}$$

2×2 线性系统，代价低

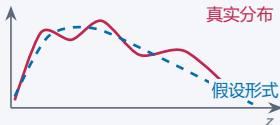
$$f(N) = \int_0^1 dz z^{N-1} f(z)$$

- 演化在每个 Mellin 矩 N 上化为一个小型矩阵常微分方程——**可以嵌入训练循环**。

传统全局拟合方法的两点局限

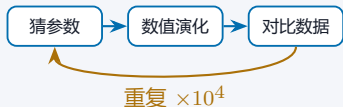
局限一：参数化偏差

输入标度处的碎裂函数被强制写成刚性形式 $Nz^\alpha(1-z)^\beta \dots$ 。若真实形状不在此函数族内，偏差就被写进了假设；而且高维拟合很难优化。



局限二：演化代价高昂

每一组试探参数都要重新做一次数值 DGLAP 演化和卷积。用这种方式扫描大参数空间极为缓慢。



本文方法：物理信息神经网络 —— 非参数化表示 + 以 DGLAP 作为训练约束。

物理信息神经网络的核心思想

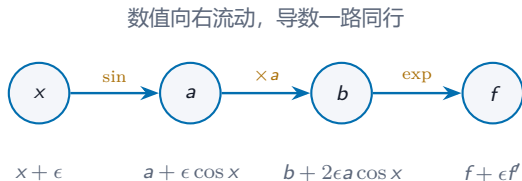


自动微分与导数计算

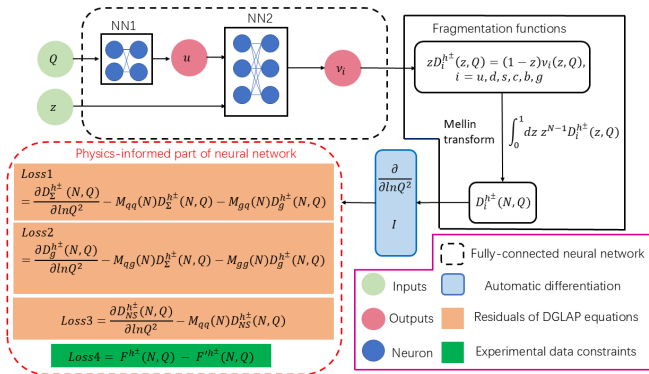
把每个数换成 **对偶数** $x + \epsilon \dot{x}$, 其中 $\epsilon^2 = 0$:

$$f(x + \epsilon \dot{x}) = f(x) + \epsilon \dot{x} f'(x)$$

- ϵ 部分自动携带导数——**机器精度，无差分误差**；
- 沿计算图逐节点推进；
- 正是 DGLAP 中 $\partial D / \partial \ln Q^2$ 所需要的。



PINN 网络框架



图中 Loss1、Loss2 = 单态与胶子, Loss3 = 非单态

- 级联网络: **NN1** ($\ln Q^2$) 提取标度依赖, 其输出与 z 一同送入 **NN2**, 给出形状函数 $v_i(z, Q)$ 。
- 边界条件 **内嵌于网络结构**: $z D_i^{h^{\pm}} = (1 - z) v_i(z, Q)$, 配合 $\exp(-x)$ 映射 $\Rightarrow$ 正性 + $D(z=1) = 0$ **严格成立**。
- DGLAP 残差施加在整数矩 $N = 2, \dots, 11$ 与各实验能量点上。

损失函数的构成

$$\mathcal{L}_{\text{total}} = \omega_1 \mathcal{L}_1 + \omega_2 \mathcal{L}_2 + \omega_3 \mathcal{L}_3 + \omega_4 \mathcal{L}_4$$

$\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2, \mathcal{L}_3$

DGLAP 残差：单态、胶子
+ 非单态

$\mathcal{L}_4$

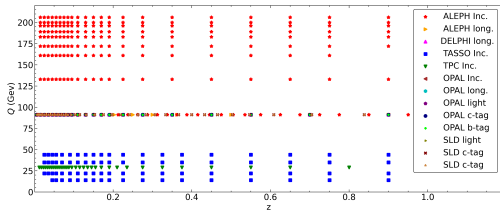
数据项：网络截面
与 SIA 测量对比

权重

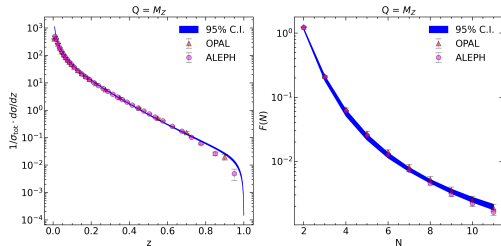
(5000, 5000, 100, 3000)
使各项反向传播贡献相当

- 优化器：**Adam**；权重由首次观察性训练确定后固定。
- 物理项占据主要梯度预算——**物理约束在训练中占据主要梯度预算。**

数据集与拟合质量



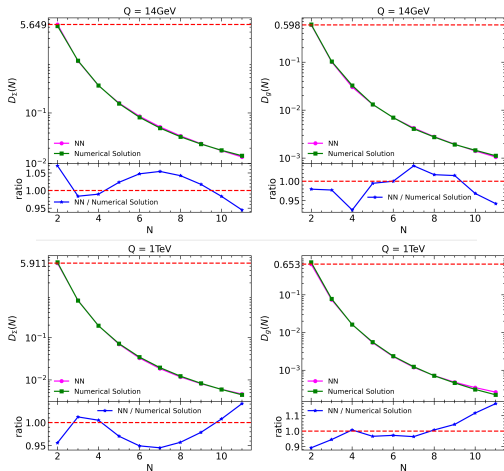
SIA 数据集: ALEPH、TASSO、TPC、OPAL、DELPHI、SLD; $Q = 14\text{--}206$ GeV; 单举谱 + 味道标记 + 纵向截面 σ_L (对胶子直接敏感)。



在 Mellin 空间训练, 反变换回 z 空间后与原始数据符合。

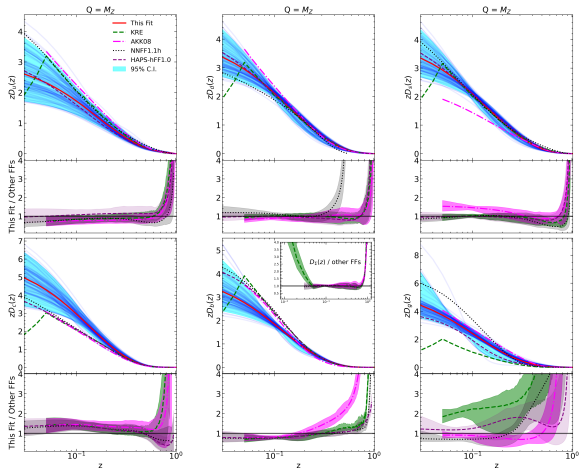
逐数据集 $\chi^2/N_{\text{data}} \approx 0.4\text{--}1.7$ ($z > 0.01$) 100 个 MC replica $\Rightarrow$ **2 σ 置信带**

检验一：DGLAP 演化与网络预言的一致性



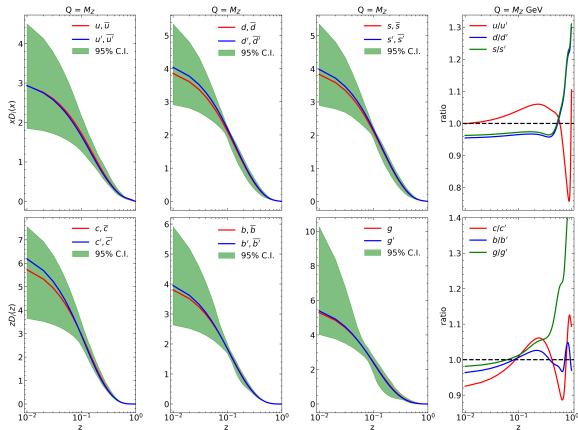
- 以网络在 M_Z (91.2 GeV) 处的输出为初值，用标准 RK4 数值演化到 14 GeV 与 1 TeV；
- 与网络**直接预言**相比，偏差 $< 5\%$ ；
- **1 TeV 超出训练能区** (14–206 GeV)，DGLAP 依然成立——学到的是方程而非数据插值；
- **动量求和规则**自动出现——从未被施加；
- 两条独立路径给出同一条碎裂函数 $\Rightarrow$ 物理约束真的进了网络。

检验二：与全局拟合结果的比较



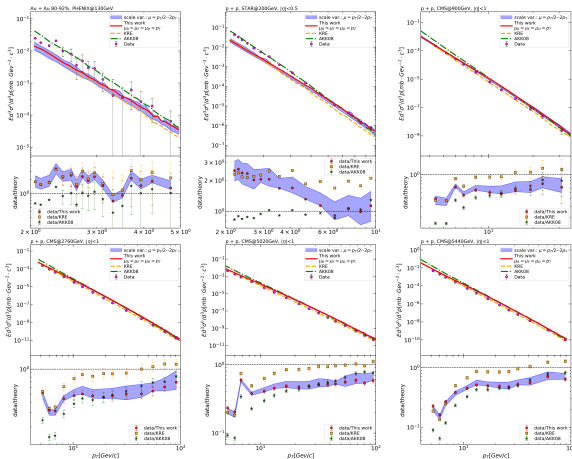
- **中间 z 区**：与 KRE / AKK08 / NNFF1.1h / HAPS 一致；端点处因数据弱而分歧；
- **轻味**：最接近当前最先进的 **HAPS-hFF1.0** ——且只用 SIA 输入；
- c, b ：约束较弱——只有 Z 极点的味道标记数据 (**SIA 的局限**)；
- **胶子**：经 NLO 系数 + 纵向 σ_L + DGLAP 混合间接约束，与 AKK08 (使用 pp) 接近；
- 非参数化表示并未牺牲拟合能力： χ^2 与全局拟合同级。

检验三：闭包测试



- **流程**：用提取的碎裂函数生成「假数据」→ **删掉真实数据** → 从头重训；
- **结果**：重训结果 $\approx$ 原结果；
 $z \in [0.01, 0.8]$ 内最大偏差 **20%**，落在 2σ 带内 ($z \rightarrow 1$ 除外)；
- 流程能**重现已知真值** $\Rightarrow$ 稳定且可复现；
- 同一套网络与训练设置，只替换数据——排除「记住实验数据」的可能。

检验四：对 pp 谱的预言



- 训练中不含任何 pp 数据;
- 10 个能量点, $\sqrt{s} = 130 \text{ GeV} - 7 \text{ TeV}$;
- 谱形普遍重现 $\Rightarrow$ 过程普适性;
- 普适性是因子化定理的核心预言:
 e^+e^- 提取的碎裂函数可直接用于强子碰撞;
- 剩余归一化差异与固定阶标度不确定性一致 (KRE/AKK08 同样存在)。

总结

- **首次 PINN 提取**: 在 NLO 从 SIA 提取带电强子碎裂函数——完全不设输入参数化。
- **DGLAP 活在网络内部**: Mellin 空间残差 + 自动微分导数, 让 QCD 成为训练约束。
- **通过四项检验**: $\chi^2/N \approx 0.4-1.7$; 1 TeV 外推; 闭包测试; pp 普适性。
- **可移植的范式**: 一次训练, 任意标度可用; 同一套方法适用于 PDF、TMD、GPD。

用网络取代手工选定的公式; 把物理约束嵌入网络。

局限性

- 仅用 SIA $\Rightarrow$ 胶子与重夸克碎裂函数约束较弱;
- 统计 $\oplus$ 系统误差按平方和相加——未做协方差级别处理;
- 有限矩 $N = 2 \dots 11$ 使端点约束偏软。

展望

- 纳入 SIDIS + 强子对撞机数据 $\rightarrow$ 协方差级全局分析;
- 鉴别强子 (π, K, p) 与 PDF;
- NNLO 与更丰富的物理约束。



谢谢!

欢迎批评指正

arXiv:2601.20177 [hep-ph] ▪ DOI: 10.1007/s11433-026-3058-7

