

量子计算在格点场论中的应用

柴雅卉 Yahui Chai

Research Scientist, RIKEN

报告提纲

- 物理动机与量子模拟方法
- 态制备与实时动力学进展
- 粒子散射与共振态重构
- 光锥 PDFs
- 总结与展望

报告提纲

- 物理动机与量子模拟方法
- 态制备与实时动力学进展
- 粒子散射与共振态重构
- 光锥 PDFs
- 总结与展望

欧氏空间作用量

欧氏空间的格点 QCD 为强子谱、矩阵元和散射信息提供了精确的非微扰方法。

$$\langle \mathcal{O} \rangle_{\text{E}} = \frac{1}{Z_{\text{E}}} \int \mathcal{D}\Phi \, \mathcal{O}[\Phi] e^{-S_{\text{E}}[\Phi]}$$

实时演化

$$\langle \mathcal{O} \rangle_{\text{M}} = \frac{1}{Z_{\text{M}}} \int \mathcal{D}\Phi \, \mathcal{O}[\Phi] e^{iS_{\text{M}}[\Phi]}$$

- 粒子散射
- 光锥关联函数，例如 PDFs

有限密度

$$\langle \mathcal{O} \rangle_{\text{E},\mu} = \frac{1}{Z_{\text{E}}(\mu)} \int \mathcal{D}\Phi \, \mathcal{O}[\Phi] e^{-S_{\text{E}}[\Phi;\mu]}$$

- 有限密度下的相结构
- 较高密度的强相互作用物质

闵式空间哈密顿量

哈密顿量方法：经典张量网络与量子计算

物理量直接由量子态与算符计算，无需从欧氏关联函数间接重建： $\langle O \rangle = \langle \psi | O | \psi \rangle$

闵式空间哈密顿量

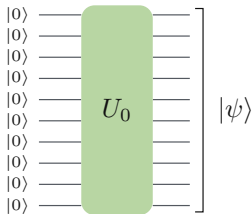
哈密顿量方法：经典张量网络与量子计算

物理量直接由量子态与算符计算，无需从欧氏关联函数间接重建： $\langle O \rangle = \langle \psi | O | \psi \rangle$

量子态制备

$$|\psi\rangle = U_0 |000\dots\rangle.$$

从简单初态制备目标态



调节 U_0 ，最小化能量 $E = \langle \psi | H | \psi \rangle$ 。

最低能量 $\rightarrow$ 真空。

目标量子数、 $p = 0$ ： $m = E_{\text{particle}} - E_0$ 。

闵式空间哈密顿量

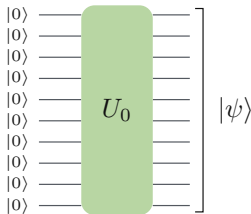
哈密顿量方法：经典张量网络与量子计算

物理量直接由量子态与算符计算，无需从欧氏关联函数间接重建： $\langle O \rangle = \langle \psi | O | \psi \rangle$

量子态制备

$$|\psi\rangle = U_0 |000\dots\rangle.$$

从简单初态制备目标态



调节 U_0 ，最小化能量 $E = \langle \psi | H | \psi \rangle$ 。

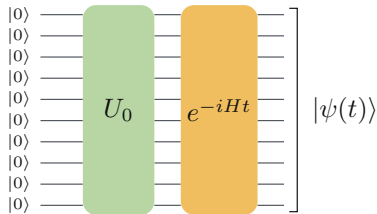
最低能量 $\rightarrow$ 真空。

目标量子数、 $p = 0$ ： $m = E_{\text{particle}} - E_0$ 。

实时演化

$$|\psi(t)\rangle = e^{-iHt} |\psi(0)\rangle.$$

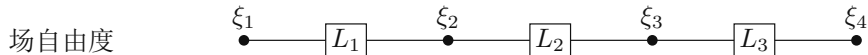
制备后进行实时演化



测量 $\langle \psi(t) | O | \psi(t) \rangle$,

得到粒子数、能量密度等可观测量。

场自由度到量子比特的编码



费米子

编码：每个模式一个 qubit。

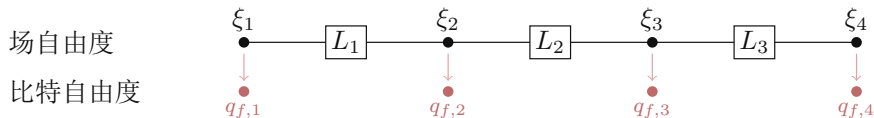
费米子 $|0\rangle_F$ $|1\rangle_F$

比特 $|0\rangle_q$ $|1\rangle_q$

费米子算符映射成泡利算符：

$$\xi_n = \left(\prod_{k < n} \sigma_k^z \right) \sigma_n^-, \quad \xi_n^\dagger = \left(\prod_{k < n} \sigma_k^z \right) \sigma_n^+$$

场自由度到量子比特的编码



费米子

编码：每个模式一个 qubit。

费米子 $|0\rangle_F$ $|1\rangle_F$

比特 $|0\rangle_q$ $|1\rangle_q$

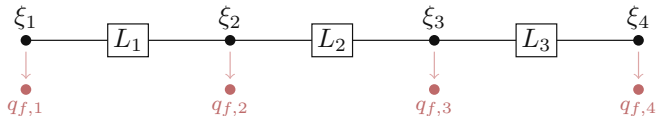
费米子算符映射成泡利算符：

$$\xi_n = \left(\prod_{k < n} \sigma_k^z \right) \sigma_n^-, \quad \xi_n^\dagger = \left(\prod_{k < n} \sigma_k^z \right) \sigma_n^+$$

场自由度到量子比特的编码

场自由度

比特自由度



费米子

编码：每个模式一个 qubit。

费米子	$ 0\rangle_F$	$ 1\rangle_F$
比特	$ 0\rangle_q$	$ 1\rangle_q$

费米子算符映射成泡利算符：

$$\xi_n = \left(\prod_{k < n} \sigma_k^z \right) \sigma_n^-, \quad \xi_n^\dagger = \left(\prod_{k < n} \sigma_k^z \right) \sigma_n^+$$

规范场

编码： $|\ell| \leq \Lambda$, $n_q = \lceil \log_2(2\Lambda + 1) \rceil$ 。

$\Lambda = 1$ ：三个态，两个 qubits。

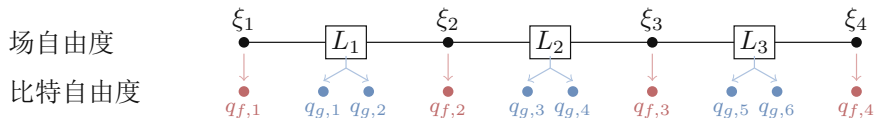
规范场	$ -1\rangle_L$	$ 0\rangle_L$	$ 1\rangle_L$
-----	----------------	---------------	---------------

比特	$ 11\rangle_q$	$ 10\rangle_q$	$ 01\rangle_q$
----	----------------	----------------	----------------

规范场 U_g 也表示成泡利算符：

$$U_n |L_n\rangle = |L_n - 1\rangle$$

场自由度到量子比特的编码



费米子

编码：每个模式一个 qubit。

费米子	$ 0\rangle_F$	$ 1\rangle_F$
比特	$ 0\rangle_q$	$ 1\rangle_q$

费米子算符映射成泡利算符：

$$\xi_n = \left(\prod_{k < n} \sigma_k^z \right) \sigma_n^-, \quad \xi_n^\dagger = \left(\prod_{k < n} \sigma_k^z \right) \sigma_n^+$$

规范场

编码： $|\ell| \leq \Lambda$, $n_q = \lceil \log_2(2\Lambda + 1) \rceil$ 。

$\Lambda = 1$: 三个态，两个 qubits。

规范场	$ -1\rangle_L$	$ 0\rangle_L$	$ 1\rangle_L$
-----	----------------	---------------	---------------

比特	$ 11\rangle_q$	$ 10\rangle_q$	$ 01\rangle_q$
----	----------------	----------------	----------------

规范场 U_g 也表示成泡利算符：

$$U_n |L_n\rangle = |L_n - 1\rangle$$

闵式空间哈密顿量

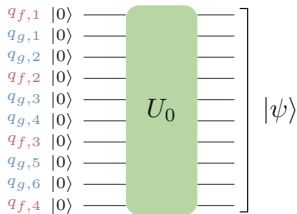
哈密顿量方法：经典张量网络与量子计算

物理量直接由量子态与算符计算，无需从欧氏关联函数间接重建： $\langle O \rangle = \langle \psi | O | \psi \rangle$

量子态制备

$$|\psi\rangle = U_0 |000\dots\rangle.$$

从简单初态制备目标态



调节 U_0 ，最小化能量 $E = \langle \psi | H | \psi \rangle$ 。

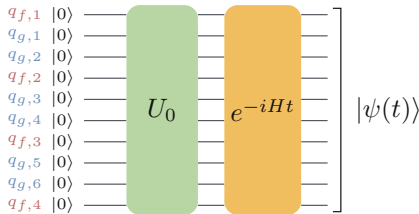
最低能量 $\rightarrow$ 真空。

目标量子数、 $p = 0$ ： $m = E_{\text{particle}} - E_0$ 。

实时演化

$$|\psi(t)\rangle = e^{-iHt} |\psi(0)\rangle.$$

制备后进行实时演化



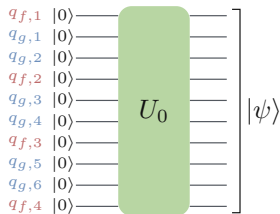
测量 $\langle \psi(t) | O | \psi(t) \rangle$,

得到粒子数、能量密度等可观测量。

线路分解

量子态制备

$$E = \langle \psi | H | \psi \rangle$$

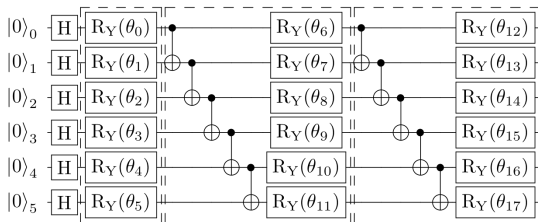


调节 U_0 , 使能量 E 最低,
得到基态 (真空)。

目标量子数扇区: 提取最轻粒子。

线路分解

参数化旋转门与 CNOT



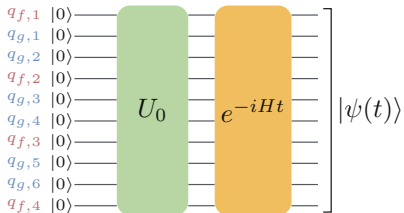
通用量子门: $\{R_x(\theta), R_y(\theta), R_z(\theta), \text{CNOT}\}$

$$R_\alpha(\theta) = e^{-i\theta\sigma^\alpha/2}, \quad \alpha = x, y, z$$

线路分解

含时演化

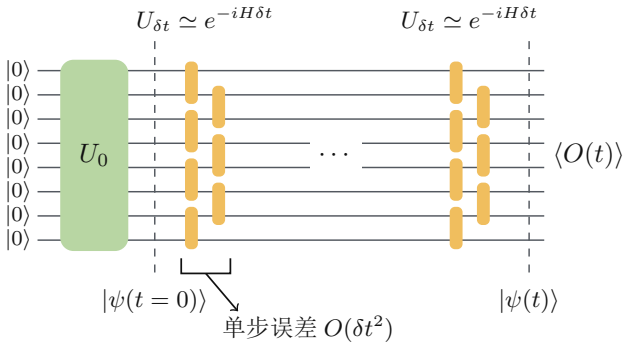
$$|\psi(t)\rangle = e^{-iHt} |\psi(0)\rangle$$



测量 $\langle\psi(t)| O |\psi(t)\rangle$,
得到粒子数、能量密度等
可观测量。

线路分解

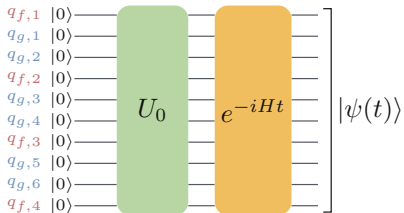
Trotter 分解后的局域演化: $t = N_{\text{trotter}} \delta t$



线路分解

含时演化

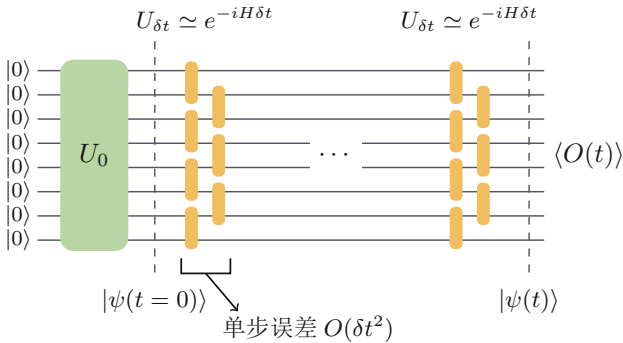
$$|\psi(t)\rangle = e^{-iHt} |\psi(0)\rangle$$



测量 $\langle\psi(t)| O |\psi(t)\rangle$,
得到粒子数、能量密度等
可观测量。

线路分解

Trotter 分解后的局域演化: $t = N_{\text{trotter}} \delta t$



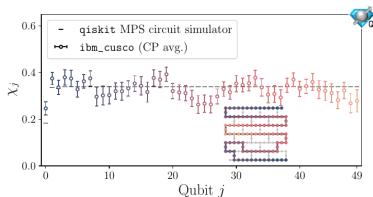
长时间演化，过深量子线路！

报告提纲

- 物理动机与量子模拟方法
- **态制备与实时动力学进展**
- 粒子散射与共振态重构
- 光锥 PDFs
- 总结与展望

态制备的代表性进展

Schwinger 模型



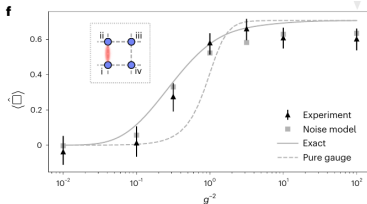
SC-ADAPT-VQE

真空态制备

IBM 超导: 100 比特

R. C. Farrell et al.,
PRX Quantum **5**, 020315 (2024).

2 + 1 维 QED



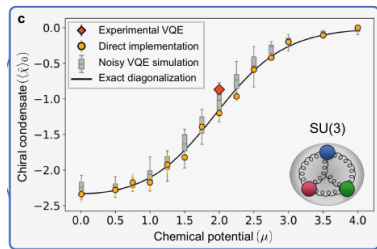
VQE

单 plaquette: 基态制备与测量

离子阱: 4 qubits + 1 qutrit

M. Meth et al.,
Nature Physics **21**, 570–576 (2025).

1 + 1 维 SU(3)



变分热态制备

两格点的有限密度热态

离子阱: 6 比特

A. T. Than et al.,
Nature Communications **16**, 10288 (2025).

实时动力学的代表性进展

量子模拟格点场论的动力学研究十分活跃。

- **弦断裂 (String breaking)**

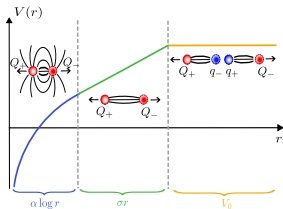
弦的演化与粒子对产生。

- **粒子散射**

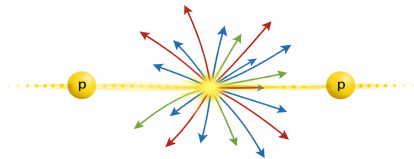
入射波包制备、碰撞与出射态演化。

- **PDFs 等光锥关联函数**

通过实时关联函数研究强子的内部结构。

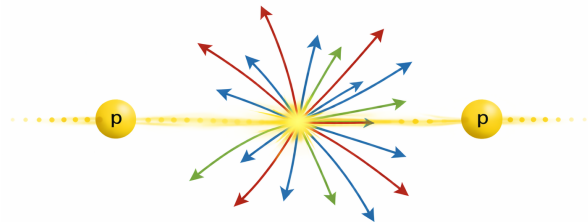


A. Crippa, K. Jansen, E. Rinaldi,
Communications Physics 9, 46 (2026).

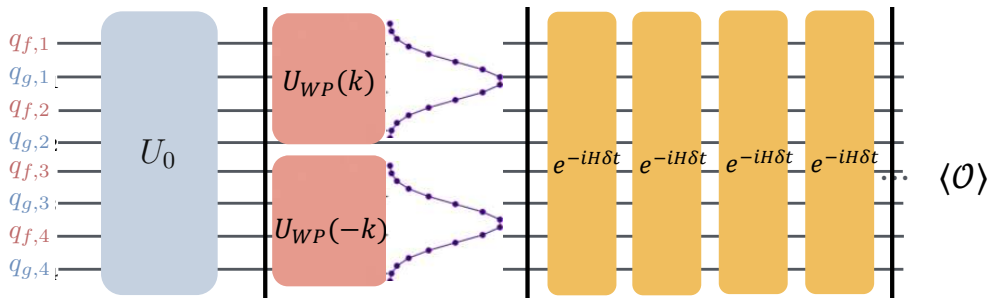


报告提纲

- 物理动机与量子模拟方法
- 态制备与实时动力学进展
- **粒子散射与共振态重构**
- 光锥 PDFs
- 总结与展望



散射的整体量子线路



1. 真空态制备

$$|\Omega\rangle = U_0 |0 \cdots 0\rangle$$

VQE

2. 波包制备 [1–4]

$$B_{\text{WP}}^\dagger = \sum_n f_n e^{ikn} O_n^\dagger$$

f_n : 包络; k : 动量
非幺正、结构复杂

3. 实时演化

$$e^{-iHt}$$

Trotter 分解

4. 测量

$$\langle \mathcal{O} \rangle_t$$

可观测量

[1] Y. Chai et al., Quantum **9**, 1638 (2025).

[2] Y. Chai, Y. Guo, S. Kühn, Phys. Rev. Research **8**, 033298 (2026).

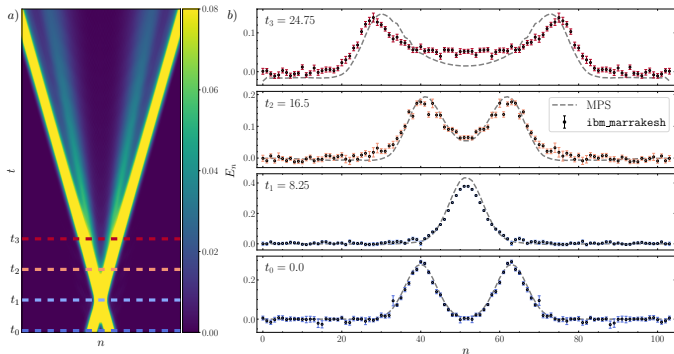
[3] Z. Davoudi et al., Quantum **8**, 1520 (2024).

[4] Z. Davoudi et al., arXiv:2505.20408.

粒子散射 (Scattering)

制备相向传播的粒子波包，实时演化碰撞过程，测量出射态。

1 + 1 维 Ising 场论: IBM ibm_marrakesh, 104 比特。



左: MPS 时空演化。 右: 量子硬件与 MPS 的时间切片对照。

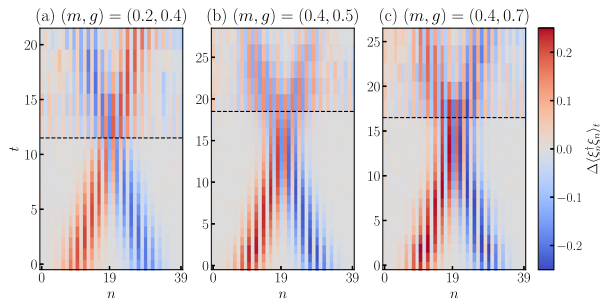
R. C. Farrell, N. A. Zemlevskiy, M. Illa, J. Preskill, *Nature Physics* (2026).

费米子散射实验: IBM ibm_fez

1 + 1 维 Thirring 模型 (staggered fermions)。

$$H = \frac{i}{2a} \sum_n \left(\xi_{n+1}^\dagger \xi_n - \xi_n^\dagger \xi_{n+1} \right) + m \sum_n (-1)^n \xi_n^\dagger \xi_n + \frac{g}{a} \sum_n \xi_n^\dagger \xi_n \xi_{n+1}^\dagger \xi_{n+1}.$$

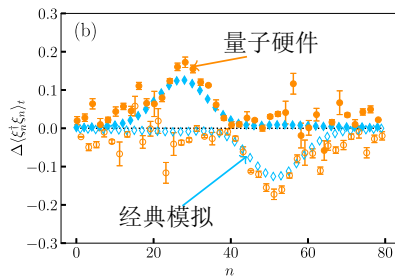
40 比特: 散射动力学



虚线下方: 经典模拟; 上方: 量子硬件。

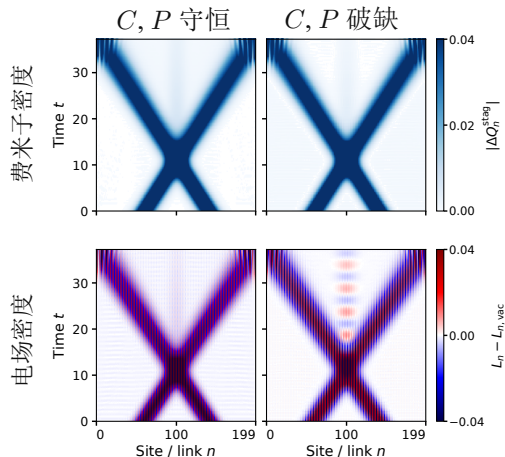
Y. Chai et al., npj Quantum Information **12**, 100 (2026).

80 比特: 波包制备



散射中的共振态：局域态重构

Schwinger model (1 + 1 D QED, staggered fermions)。



Schwinger model 的哈密顿量：

$$H = -\frac{1}{2a} \sum_n (\xi_n^\dagger U_n^\dagger \xi_{n+1} + \text{h.c.}) \\ + m \sum_n (-1)^n \xi_n^\dagger \xi_n \\ + \frac{g^2 a}{2} \sum_n (L_n + l_0)^2.$$

l_0 : 背景电场

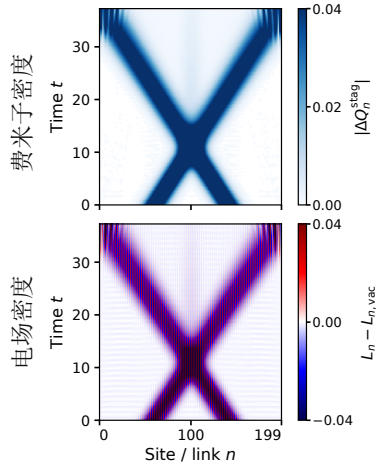
$l_0 = 0$: C, P 守恒 $l_0 \neq 0$: C, P 破缺

两个赝标量介子的散射

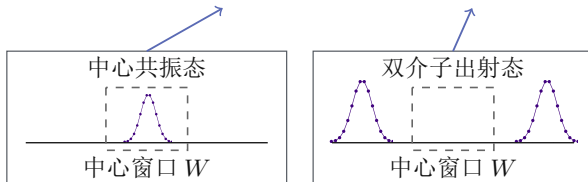
Yahui Chai, Yan Lyv, Tianyin Li, Xiaoyang Wang,
文章撰写中。

散射中的共振态：局域态重构

Schwinger model (1 + 1 D QED), $l_0 = 0$, C, P 守恒, $C = P = +1$ 。



$$|\Psi(t)\rangle = \alpha_R(t) |R(t)\rangle + \alpha_{VV}(t) |\psi_{VV}(t)\rangle$$



出射介子与共振态充分分离后，
在中心窗口 W 内构造局域算符。

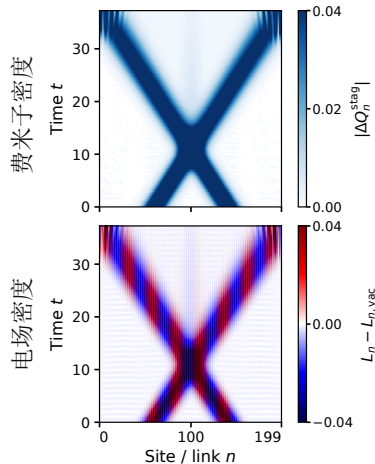
$$|\tilde{\psi}_r(c)\rangle = \sum_i c_i O_i |\Omega\rangle$$

优化线性组合，重构中心共振态：

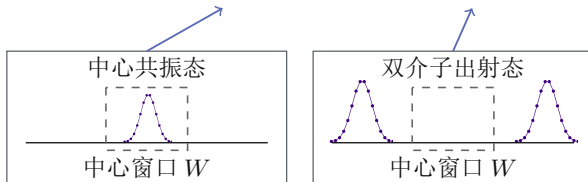
$$c_{\text{opt}}(t) = \arg \min_c \| |\Psi(t)\rangle - |\tilde{\psi}_r(c)\rangle \|^2$$

散射中的共振态：局域态重构

Schwinger model (1 + 1 D QED), $l_0 = 0$, C, P 守恒, $C = P = +1$ 。



$$|\Psi(t)\rangle = \alpha_R(t) |R(t)\rangle + \alpha_{VV}(t) |\psi_{VV}(t)\rangle$$



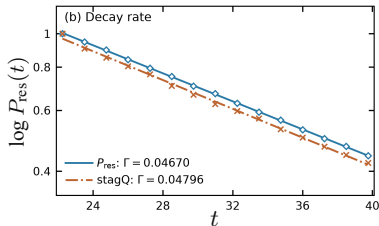
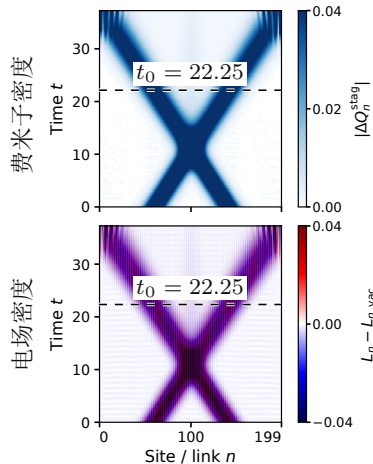
优化后的局域重构态：

$$\begin{aligned} |\tilde{\psi}_r(t)\rangle &= \sum_i c_i^{\text{opt}}(t) O_i |\Omega\rangle \\ &= \alpha_R(t) |R(t)\rangle \end{aligned}$$

$\alpha_R(t)$: 振幅 $|R(t)\rangle$: 共振态

共振态的重构结果：成分与衰变

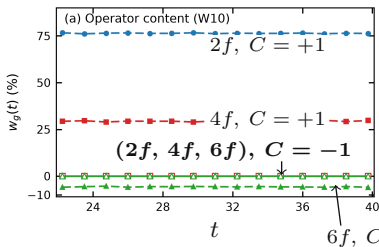
Schwinger model (1 + 1 D QED), C, P 守恒, $C = P = +1$ 。



重构态权重的衰减

$$P_{\text{res}}(t) = \langle \tilde{\psi}_r(t) | \tilde{\psi}_r(t) \rangle$$

$$P_{\text{res}}(t) \simeq A e^{-\Gamma_P(t-t_0)}$$



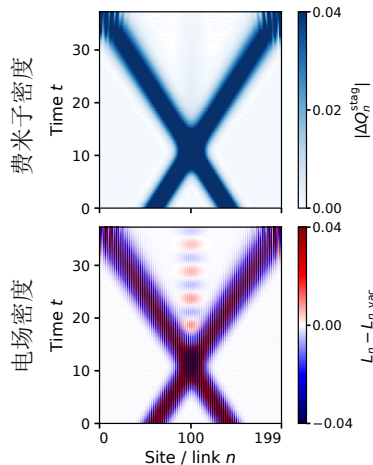
各类算符在共振态

$$|R(t)\rangle = |\tilde{\psi}_r(t)\rangle / \sqrt{P_{\text{res}}(t)}$$

中的贡献 (2f、4f、6f)。

散射中的共振态：振荡与双模分离

Schwinger model (1 + 1 D QED), C, P 破缺。



中心电场的振荡：两个态的相干叠加。

$$|\tilde{\psi}_r(t)\rangle \simeq a_1 e^{-iE_1 t - \Gamma_1 t/2} |R_1\rangle + a_2 e^{-iE_2 t - \Gamma_2 t/2} |R_2\rangle$$

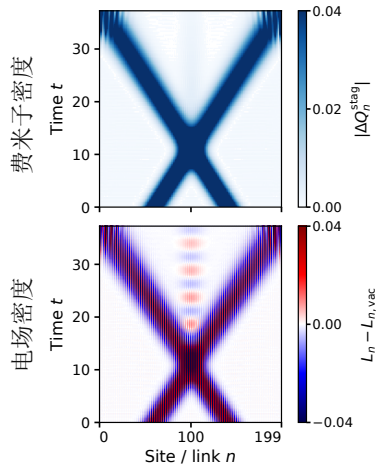
$$\langle L \rangle(t) = L_{\text{diag}}(t) + A(t) \cos[(E_1 - E_2)t + \phi]$$

我们从重构系数 $c_i^{\text{opt}}(t)$ 中可以分离出两种振荡模式，并提取出两种振荡因子。

	R_1	R_2
$E - E_\Omega$	15.931	14.696
Γ	0.049790	0.009219

散射中的共振态：振荡与双模分离

Schwinger model (1 + 1 D QED), C, P 破缺。



两个能量态叠加：电场期望值出现干涉项

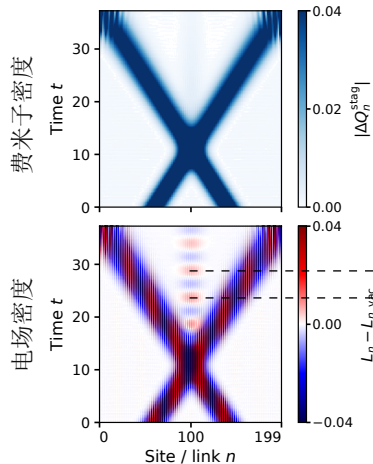
$$|\tilde{\psi}_r(t)\rangle \simeq a_1 e^{-iE_1 t - \Gamma_1 t/2} |R_1\rangle + a_2 e^{-iE_2 t - \Gamma_2 t/2} |R_2\rangle$$

$$\langle L \rangle(t) = L_{\text{diag}}(t) + A(t) \cos[(E_1 - E_2)t + \phi]$$

$$\text{电场振荡周期: } T = \frac{2\pi}{|E_1 - E_2|}$$

散射中的共振态：振荡与双模分离

Schwinger model (1 + 1 D QED), C, P 破缺。



两个能量态叠加：电场期望值出现干涉项

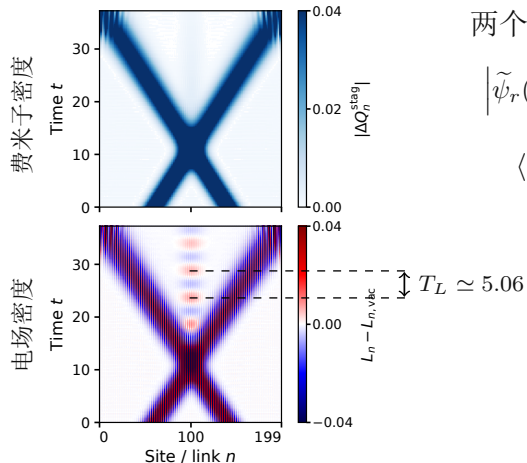
$$|\tilde{\psi}_r(t)\rangle \simeq a_1 e^{-iE_1 t - \Gamma_1 t/2} |R_1\rangle + a_2 e^{-iE_2 t - \Gamma_2 t/2} |R_2\rangle$$

$$\langle L \rangle(t) = L_{\text{diag}}(t) + A(t) \cos[(E_1 - E_2)t + \phi]$$

电场振荡周期： $T = \frac{2\pi}{|E_1 - E_2|} \simeq 5.09$

散射中的共振态：振荡与双模分离

Schwinger model (1 + 1 D QED), C, P 破缺。



两个能量态叠加：电场期望值出现干涉项

$$|\tilde{\psi}_r(t)\rangle \simeq a_1 e^{-iE_1 t - \Gamma_1 t/2} |R_1\rangle + a_2 e^{-iE_2 t - \Gamma_2 t/2} |R_2\rangle$$

$$\langle L \rangle(t) = L_{\text{diag}}(t) + A(t) \cos[(E_1 - E_2)t + \phi]$$

电场振荡周期： $T = \frac{2\pi}{|E_1 - E_2|} \simeq 5.09$

算符组	R_1	R_2
$2f, C = +1$	53.4%	22.8%
$2f, C = -1$	36.2%	71.6%

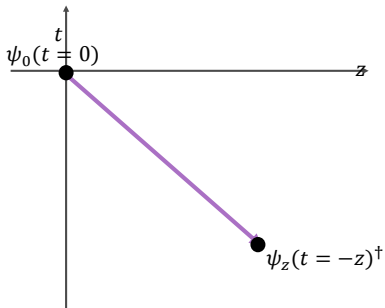
报告提纲

- 物理动机与量子模拟方法
- 态制备与实时动力学进展
- 粒子散射与共振态重构
- **光锥 PDFs**
- 总结与展望

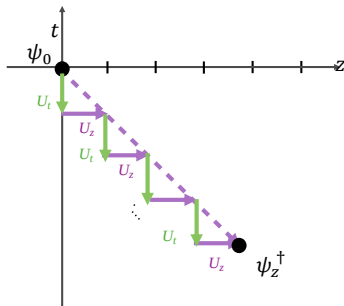
光锥 PDFs: 定义与离散化

$$f_q(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz^-}{4\pi} e^{-i\xi P^+ z^-} \langle h(P) | \bar{\psi}(z^-) \gamma^+ W[z^-, 0] \psi(0) | h(P) \rangle$$

光锥关联函数

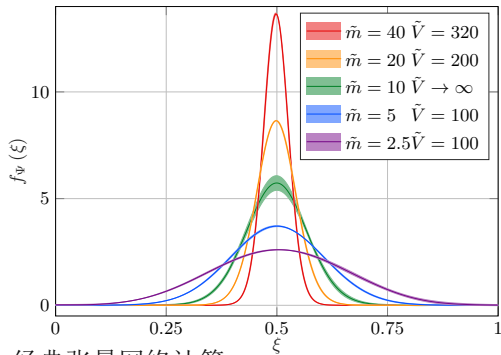


离散光锥上的 Wilson line



Schwinger 模型的介子 PDFs

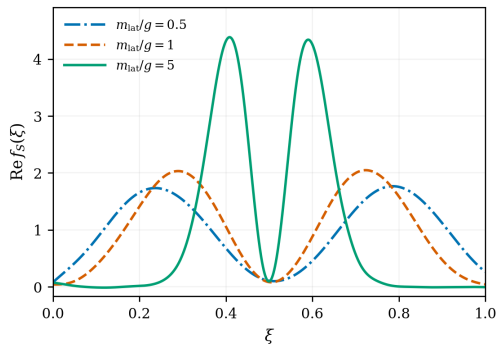
赝标量介子 ($C = P = -1$)



经典张量网络计算

M. C. Bañuls et al., Phys. Rev. D **113**, L011502 (2026).

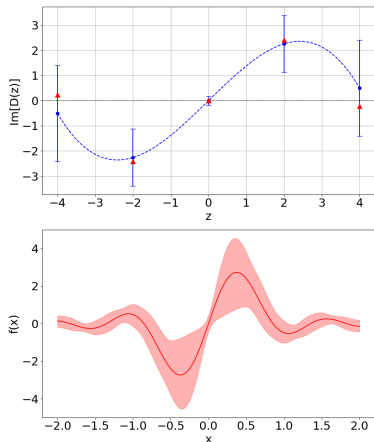
我们的结果：标量介子 ($C = P = +1$)



QSE 态制备；初步张量网络结果

Yahui Chai, Yibin Guo, Karl Jansen, 文章撰写中。

光锥 PDFs: 硬件结果



Schwinger 模型: 硬件结果

10 个 staggered sites

IBM 超导量子硬件

ibm_sherbrooke、ibm_kyiv

上图: 光锥关联函数 $\text{Im } D(z)$

下图: 傅里叶变换得到的 PDF $f(x)$

上图红色三角为经典模拟结果。

J.-W. Chen, Y.-T. Chen, G. Meher, arXiv:2506.16829 (2025), Fig.2.

报告提纲

- 物理动机与量子模拟方法
- 态制备与实时动力学进展
- 粒子散射与共振态重构
- 光锥 PDFs
- 总结与展望

总结与 Outlook

总结

- 闵式空间哈密顿量：无符号问题。
- $1+1\text{D}$ 、 $2+1\text{D}$ 的进展：低能态制备、有限密度、实时演化。
- 我的工作： $1+1\text{D}$ 下的粒子散射、共振态提取、PDFs 的计算。

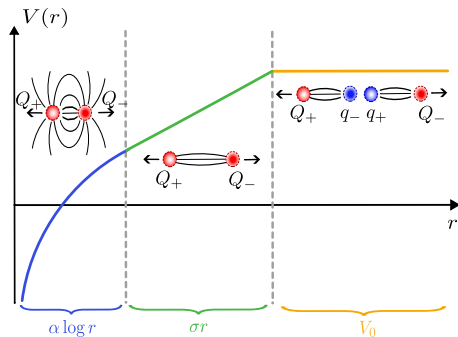
Outlook

- 物理量：可靠提取散射振幅与光锥关联函数的含时量子算法。
- 更高的维度： $2+1$ 、 $3+1\text{D}$ ，可控的态制备方法和含时演化。
- 走向 $3+1\text{D QCD}$ ：场自由度的高效编码。

谢谢！

附录：弦断裂（String breaking）

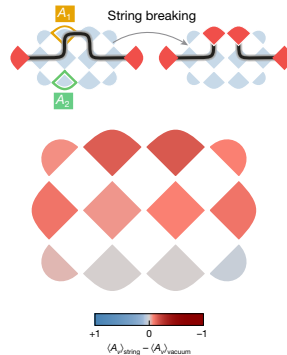
静态势的物理图像



粒子对屏蔽电荷，静态势趋于平台。

A. Crippa, K. Jansen, E. Rinaldi,
Communications Physics 9, 46 (2026).

实时弦断裂（Google, 35 比特）



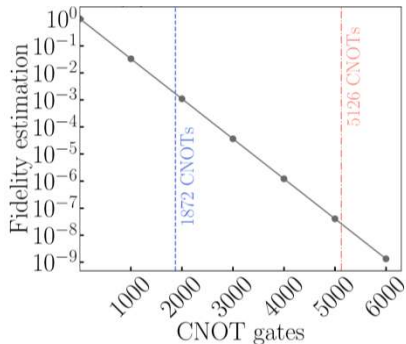
沿初始弦出现额外电荷激发（红色）。

T. A. Cochran et al.,
Nature 642, 315–320 (2025).

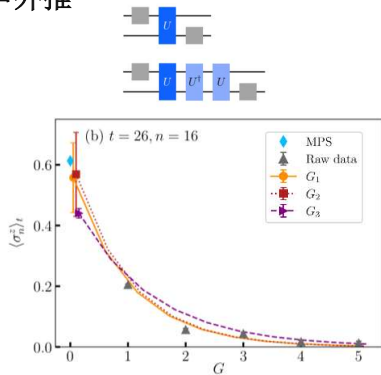
附录：费米子散射实验误差缓解

张量网络压缩态制备与演化线路，结合零噪声外推（ZNE）。

线路压缩与保真度估计



零噪声外推



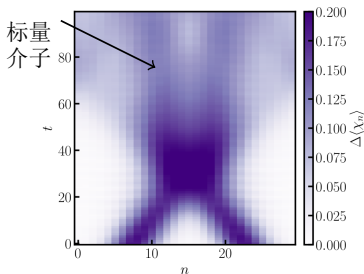
增加噪声进行测量，再外推至零噪声极限。

附录：介子非弹性散射

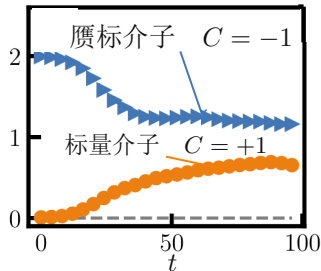
1 + 1 维 $\mathbb{Z}_2$ 规范理论 (staggered fermions): 两个赝标介子波包对撞 (张量网络模拟)。

$$H = \frac{1}{2a} \sum_n (\xi_n^\dagger Z_{g,n} \xi_{n+1} + \text{h.c.}) + m \sum_n (-1)^n \xi_n^\dagger \xi_n + \varepsilon \sum_n X_{g,n}.$$

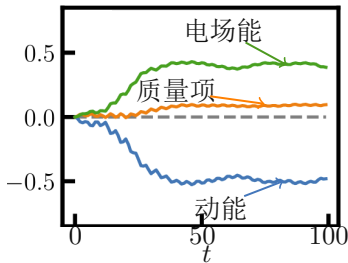
费米子密度



介子数



能量转移



初态：赝标介子

Y. Chai, Y. Guo, S. Kühn, Phys. Rev. Research 8, 033298 (2026).

附录：Trotter 分解与局域门

将哈密顿量写为局域项之和： $H = \sum_{j=1}^m H_j$ ，取 $\delta t = t/r$ 。

$$\begin{aligned} e^{-iHt} &= (e^{-iH\delta t})^r = \left(e^{-i(\sum_j H_j)\delta t} \right)^r \\ &= (e^{-iH_m\delta t} \dots e^{-iH_2\delta t} e^{-iH_1\delta t})^r + O(t\delta t). \end{aligned}$$

BCH: 非对易项带来对易子修正。以两个局域项为例：

$$e^{-iH_2\delta t} e^{-iH_1\delta t} = \exp \left[-i(H_1 + H_2)\delta t + \frac{\delta t^2}{2} [H_1, H_2] + O(\delta t^3) \right].$$

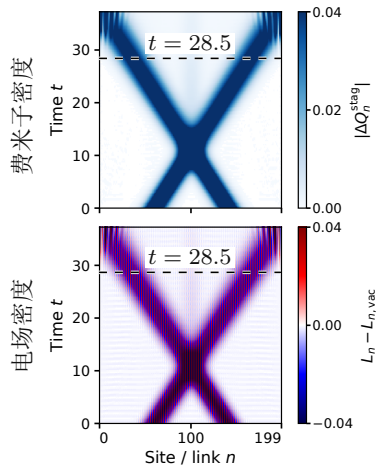
单步误差 $O(\delta t^2)$ $\longrightarrow$ $r = t/\delta t$ 步累积为 $O(t\delta t)$ 。

例如 $H_j = g_j Z_1 Z_2$ ，局域演化由 CNOT 与旋转门实现：

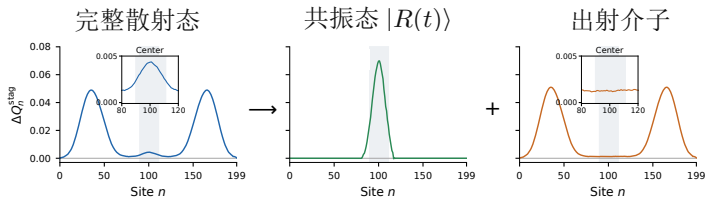
$$e^{-ig_j\delta t Z_1 Z_2} = \text{CNOT}_{1 \rightarrow 2} R_z^{(2)}(2g_j\delta t) \text{CNOT}_{1 \rightarrow 2}.$$

附录：共振态的空间重构

Schwinger model (1 + 1 D QED), C, P 守恒, $C = P = +1$ 。



$t = 28.5$ 的散射末态：局域重构分离出中心共振态。



各图展示归一化后的空间分布。

附录：PDFs 的量子数

在两费米子近似中，标量通道的光前波函数满足反对称性：

$$\psi_2(x, 1-x) = -\psi_2(1-x, x), \quad \psi_2(1/2, 1/2) = 0.$$