

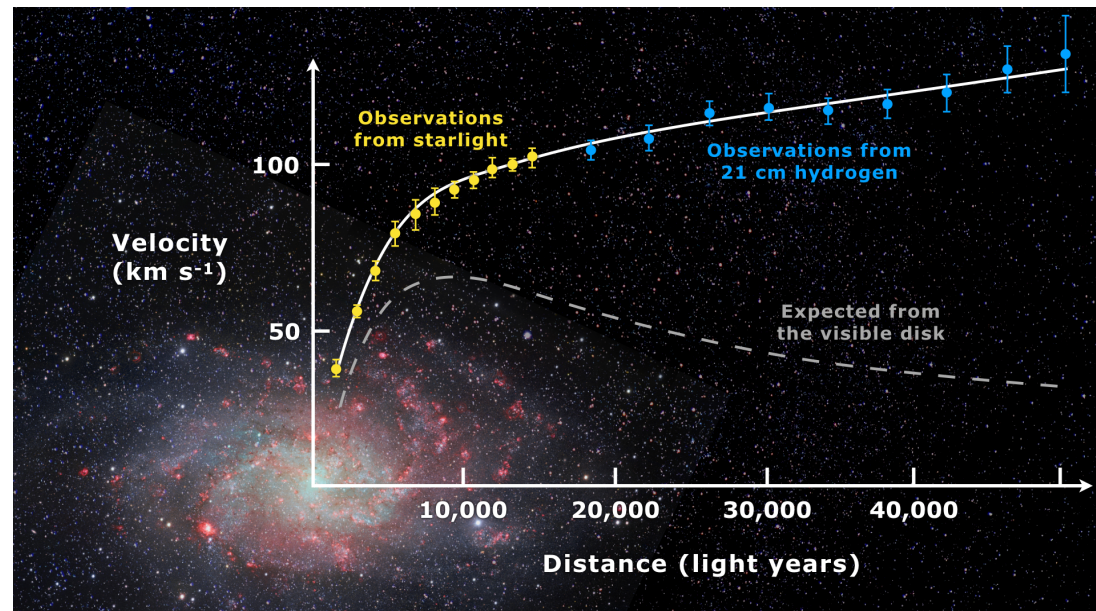
Dark matter and strong CP solutions in Composite Paradigm

Haiying Cai

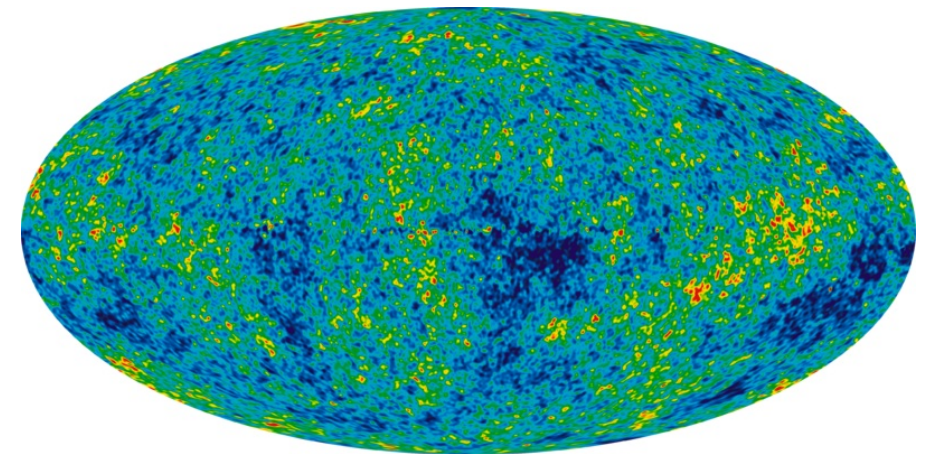
School of Physics, Jiangxi Normal University

第十五届新物理研讨会, 威海 August 28 2026

暗物质存在的证据



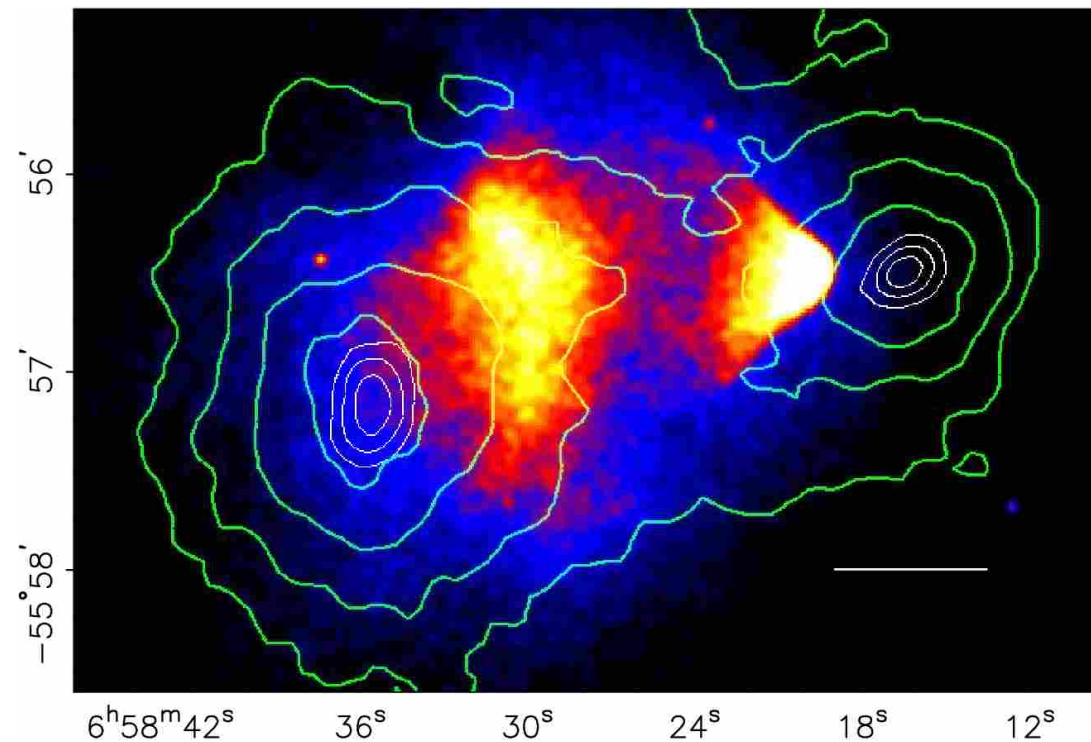
星系旋转曲线



宇宙微波背景

宇宙接近 **84%**
物质为非重子的
暗物质

$$\Omega_{\text{DM}} \sim 5\Omega_b$$

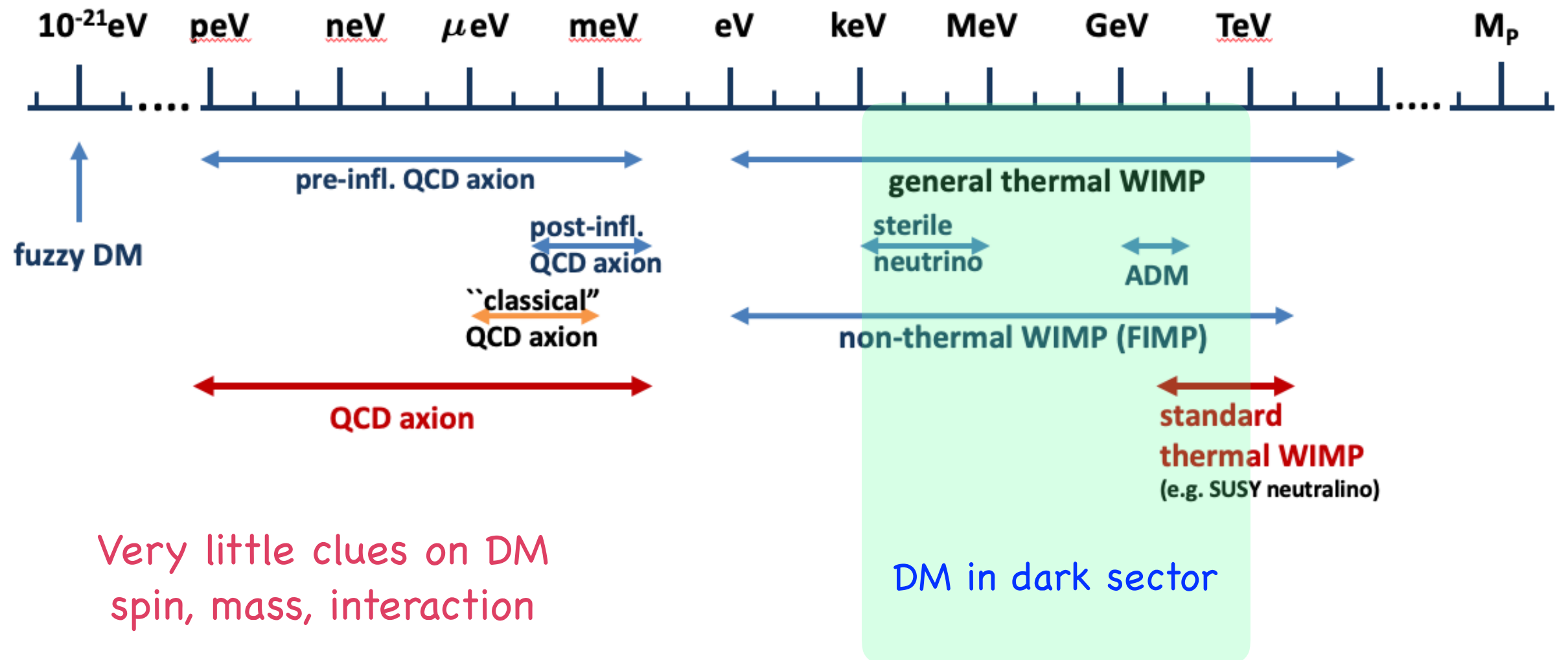


引力透镜效应

在“子弹星系团”观测到的暗物质与X射线可见重子气体 (红色区域) 的空间分离现象

暗物质候选者

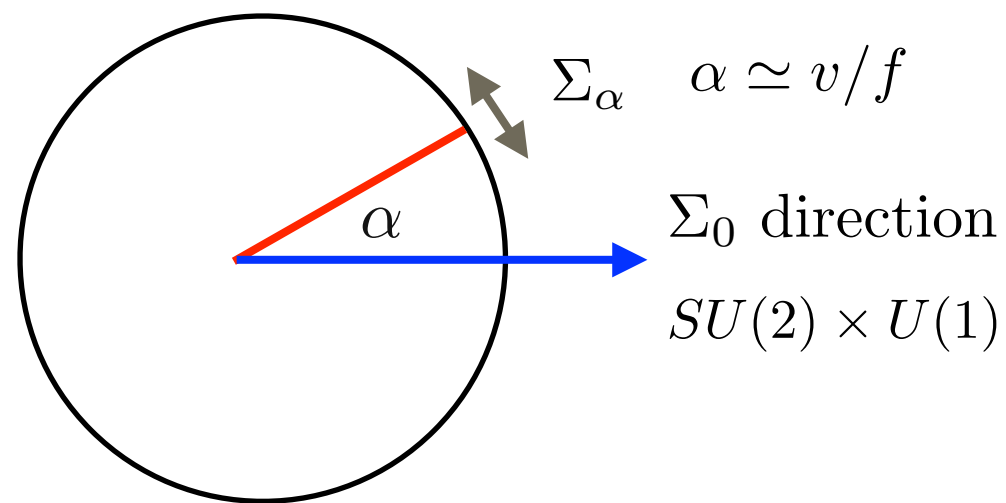
APPEC report, 2104.97634



对于在 keV-TeV 质量区间的暗物质可以用 Dark sector来解释。

复合希格斯模型

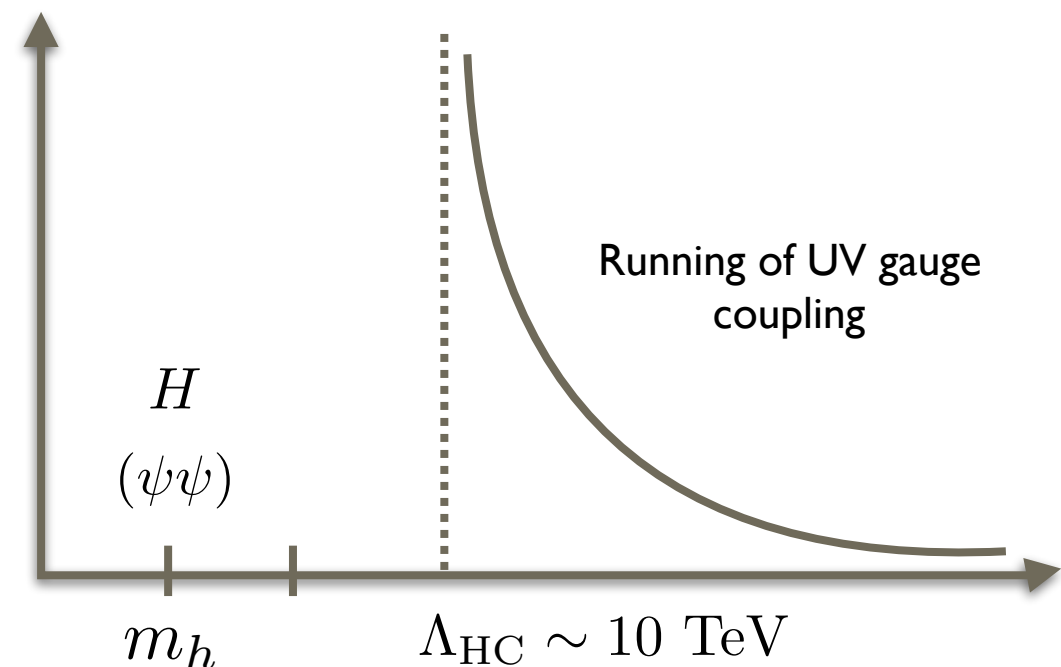
复合希格斯模型的形成机制类似于QCD, UV 规范群是渐进自由的; 主要特征包括 与SM部分存在Misalignment 以及一些普适关系。



$\Sigma_\alpha = U_\alpha \Sigma_0 U_\alpha^T$, $U_\alpha = e^{i\alpha X_h}$, 定义了陪集空间 $\mathcal{G}/\mathcal{H}$, 电弱破缺由真空转置促发
所有 CHM 的 规范玻色子相互作用会展现出一些普适关系

UV 渐进自由规范群在 ~ 10 TeV 能标产生禁闭效应, Hyper-Color 费米子凝聚成复合态, 包括Higgs.

最小模型是 $SU(4)/Sp(4)$, **no DM**



$SU(4)/Sp(4)$ CHM

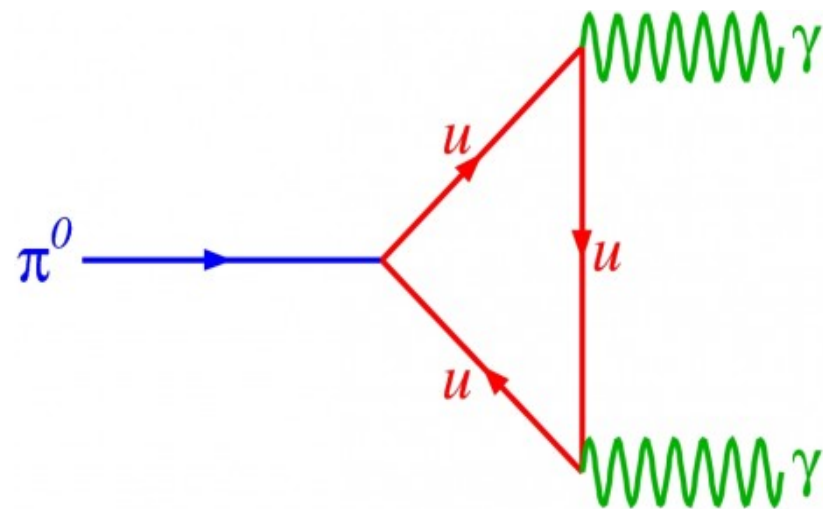
UV费米子 $4 Q \square$, $6 \chi \square$ in $Sp(2N_c)$ 在发生TC凝聚后,可以得到自旋量子数不同的共振态.

Barnard et al JHEP 02(2014)002; Ferretti et al JHEP 03(2014) 077

	spin	$SU(4) \times SU(6)$	$Sp(4) \times SO(6)$	names		
Cacciapaglia, HC, et al. JHEP 1507.02283	QQ	0	$(\mathbf{6}, \mathbf{1})$	$(\mathbf{1}, \mathbf{1})$ $(\mathbf{5}, \mathbf{1})$	σ π	Higgs doublet Coloured pions octet and sextet
	$\chi\chi$	0	$(\mathbf{1}, \mathbf{21})$	$(\mathbf{1}, \mathbf{1})$ $(\mathbf{1}, \mathbf{20})$	σ_c π_c	
Belyaev, HC, et al. PRD 1512.07242	χQQ	1/2	$(\mathbf{6}, \mathbf{6})$	$(\mathbf{1}, \mathbf{6})$ $(\mathbf{5}, \mathbf{6})$	ψ_1^1 ψ_1^5	Top partners for SM t_L and t_R
Belyaev, HC, et al. JHEP 1610.06591	$\chi \bar{Q} \bar{Q}$	1/2	$(\mathbf{6}, \mathbf{6})$	$(\mathbf{1}, \mathbf{6})$ $(\mathbf{5}, \mathbf{6})$	ψ_2^1 ψ_2^5	
Buarque, HC, et al. JHEP 1605.01363	$Q \bar{\chi} \bar{Q}$	1/2	$(\mathbf{1}, \bar{\mathbf{6}})$	$(\mathbf{1}, \mathbf{6})$	ψ_3	
	$Q \bar{\chi} \bar{Q}$	1/2	$(\mathbf{15}, \bar{\mathbf{6}})$	$(\mathbf{5}, \mathbf{6})$ $(\mathbf{10}, \mathbf{6})$	ψ_4^5 ψ_4^{10}	
Cacciapaglia, HC, et al. PRD 1502.04718	$\bar{Q} \sigma^\mu Q$	1	$(\mathbf{15}, \mathbf{1})$	$(\mathbf{5}, \mathbf{1})$ $(\mathbf{10}, \mathbf{1})$	a ρ	EW Vector (axial) resonances
	$\bar{\chi} \sigma^\mu \chi$	1	$(\mathbf{1}, \mathbf{35})$	$(\mathbf{1}, \mathbf{20})$ $(\mathbf{1}, \mathbf{15})$	a_c ρ_c	

非最小 CHM 中的暗物质

- 拓展UV 费米子结构能自然地引入暗物质宇称, TC 凝聚不会破坏 $\mathbb{Z}_2$, 从而确保暗物质稳定.



类似于QCD, CHM中CP-odd的pNGB通常可以通过拓扑项衰变到双玻色子

构造复合暗物质模型时引入的 $\mathbb{Z}_2$ 对称使得WZW作用遵守暗物质宇称

在 Real 或 Pseudo-Real 的CHM中, 额外的UV费米子可以是奇宇称, 并且是暗物质的组分. 在Complex的CHM中, 宇称是左右交换对称性.

HC et al, JHEP 08 (2023) 051

- 非最小 CHM 中暗物质由 TC 费米子凝聚生成, 质量 $\gtrsim \mathcal{O}(10^2)\text{GeV}$ 通常带有自相互作用, 有利于星系小尺度结构问题。

SU(6)/SO(6) 模型

HC et al. PRD 103(2021) 055002, JHEP 10(2019) 035

$$2 \Pi = \begin{pmatrix} \varphi + \frac{\eta_1}{\sqrt{3}} \mathbf{1}_2 & \Lambda & \sqrt{2} H_1 & \sqrt{2} H_2 & -2 \left(\frac{\eta_3}{\sqrt{2}} + \frac{\eta_1}{\sqrt{3}} \right) \\ \Lambda^\dagger & -\varphi + \frac{\eta_1}{\sqrt{3}} \mathbf{1}_2 & -\sqrt{2} \widetilde{H}_1 & -\sqrt{2} \widetilde{H}_2 & \\ \sqrt{2} H_1^\dagger & -\sqrt{2} \widetilde{H}_1^\dagger & 2 \left(\frac{\eta_3}{\sqrt{2}} - \frac{\eta_1}{\sqrt{3}} \right) & \sqrt{2} \eta_2 & \\ \sqrt{2} H_2^\dagger & -\sqrt{2} \widetilde{H}_2^\dagger & \sqrt{2} \eta_2 & & \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{CP-odd 暗物质}}$$

UV理论决定了EFT中复合暗物质的宇称

HC et al, JHEP 08 (2023) 051

SU(5)/SO(5)

Real	SU(2) _L	U(1) _Y	SU(2) _R	$\mathbb{Z}_2$
ψ_{D1}	2	1/2	2	+
ψ_{D2}	2	-1/2	2	+
ψ_{S1}	1	0	1	+
ψ_{S2}	1	0	1	-

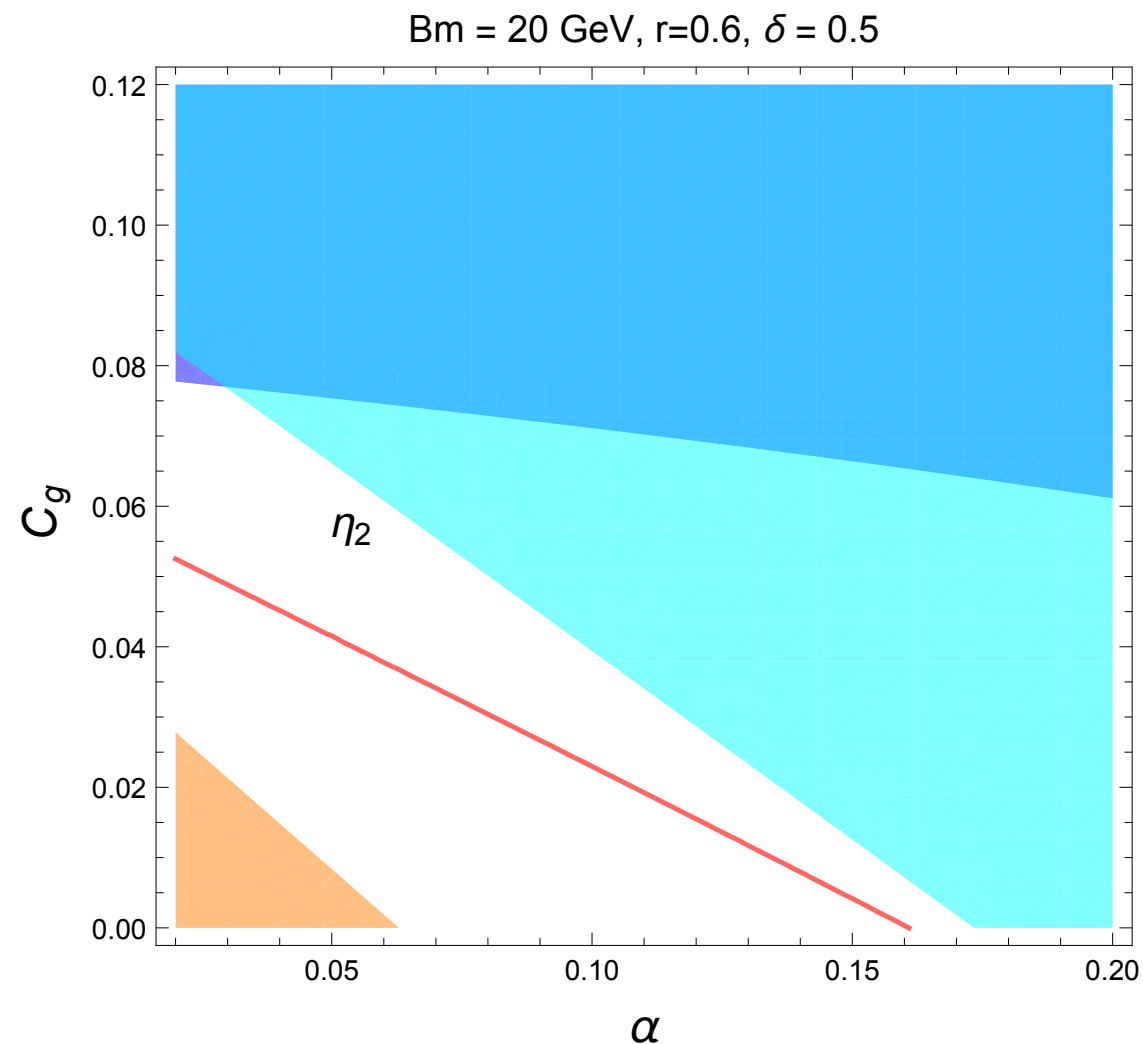
$$\Rightarrow \Omega_{\text{DM}} = \begin{pmatrix} \mathbb{1}_2 & & \\ & \mathbb{1}_2 & \\ & & \sigma_3 \end{pmatrix}$$

$$\Omega_{\text{DM}} \Sigma_\alpha (H_2, \eta_2) \Omega_{\text{DM}} = \Sigma_\alpha (-H_2, -\eta_2)$$

H_2 & η_2 因为内部含有一个奇宇称的 ψ_{S2} 而成为暗物质候选者

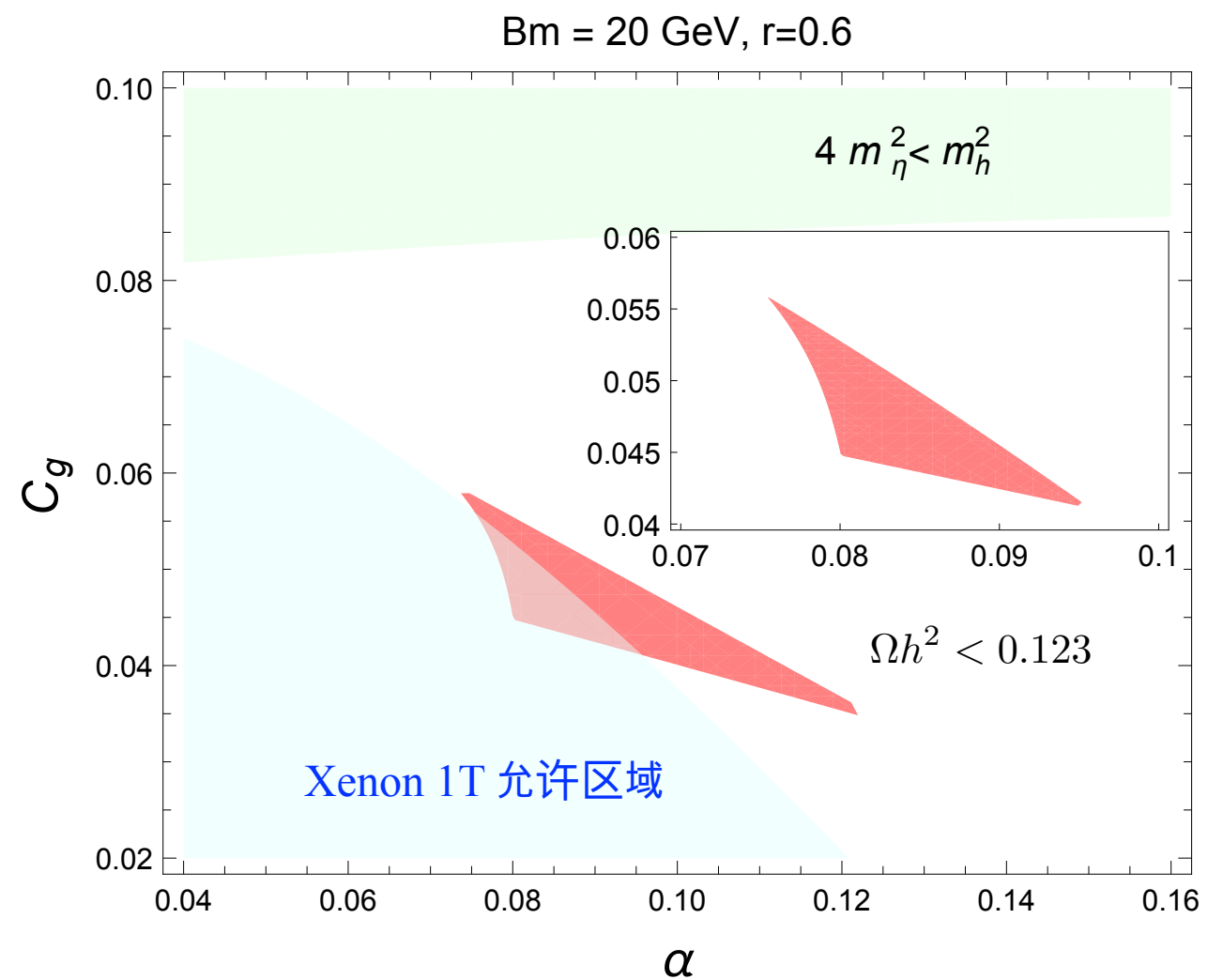
pNGB 暗物质

HC et al. JHEP 10(2019) 035 ; PRD 103(2021) 055002



标有 η_2 的白色区域允许暗物质存在

存在Tachyon区域用颜色标识



蓝色和红色叠加区域满足所有条件

Higgs-portal 暗物质受到直接观测的
高度限制, 相互作用接近上限

奇宇称 Top Partner

SU(6)/SO(6) 和 SU(6)/Sp(6) CHM的顶夸克伴子可以在保留的不变子群中进行归类:

HC Cacciapaglia, JHEP 08 (2023) 051

	SO(6)×SO(6)		Sp(6)×SO(6)	
$\mathcal{G}_{HC}$	SO(7)	SO(9)	SO(11)	Sp(4)
$\psi\psi\chi$ or $\bar{\psi}\bar{\psi}\chi$	(15, 6)	(1, 6) (20, 6)	(21, 6)	(1, 6) (14, 6)
$\psi\bar{\psi}\bar{\chi}$	(1, 6)		(1, 6)	
$\psi\bar{\psi}\bar{\chi}$	(15, 6) $\oplus$ (20, 6)		(14, 6) $\oplus$ (21, 6)	

顶夸克伴子内部有 3个 TC费米子, 可放在2-index 反对称或对称表象 (取决于UV规范群):

$$\begin{array}{c} \square \\ \square \end{array} 15 \rightarrow (2, 2) \oplus (1, 3) \oplus (3, 1) \\ \oplus (2, 2) \oplus (1, 1)$$

类似pNGB, 顶夸克伴子也有 $\mathbb{Z}_2$ 宇称:

$$\Omega_{DM}\tilde{\psi}_{(2,2)}\Omega_{DM} = -\tilde{\psi}_{(2,2)} \quad \Omega_{DM}\tilde{\psi}_{(1,1)}\Omega_{DM} = -\tilde{\psi}_{(1,1)}$$

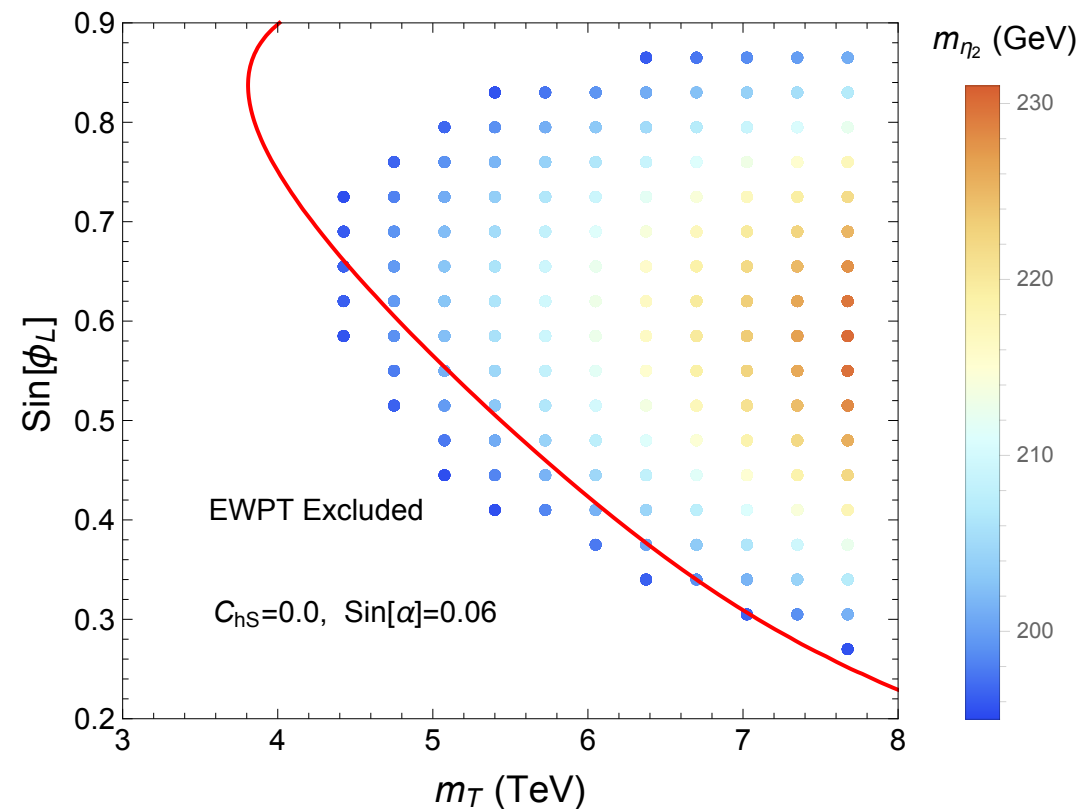
暗物质通过奇宇称顶夸克伴子 的Dark Yukawa 相互作用产生

以及 Higgs portal & contact 顶角 (nonlinearity)的贡献

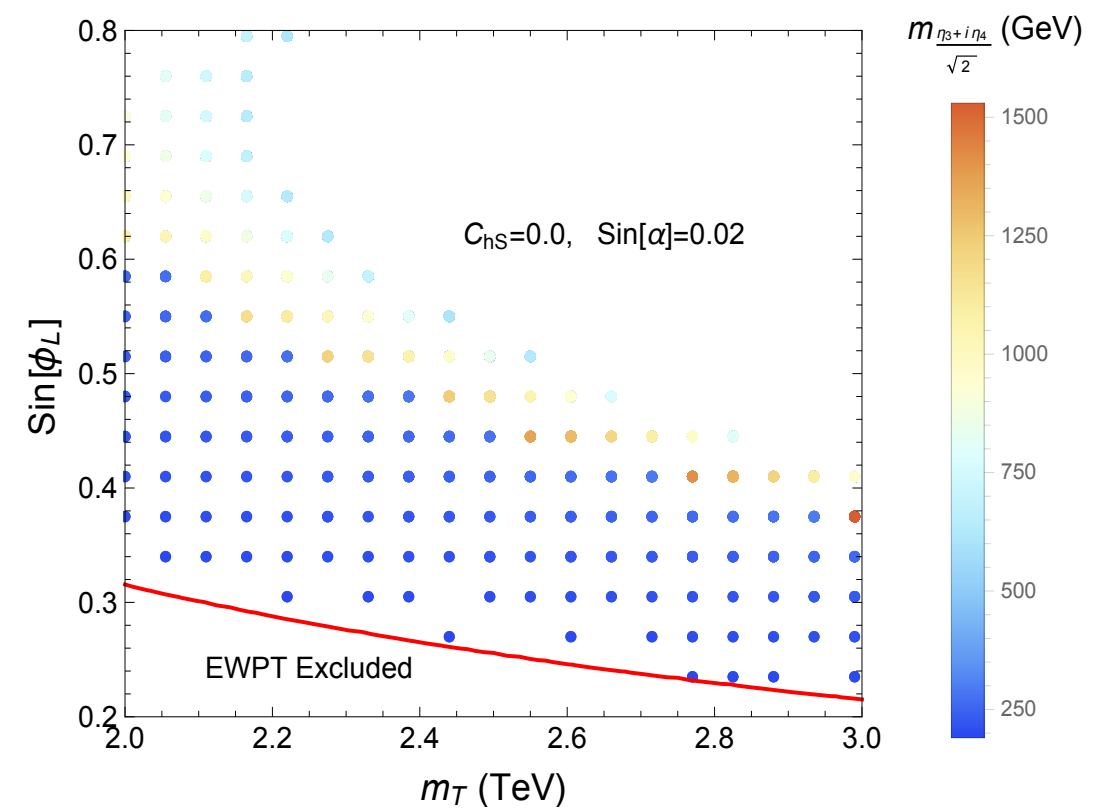
暗物质参数空间

HC, Cacciapaglia, JHEP 08 (2023) 051; JHEP 12(2022) 104

SU(6)/SO(6)



SU(6)/Sp(6)



CHM中的pNGB暗物质可以提供PLANK观测到的丰度。与顶夸克伴子相关的
Dark Yukawa coupling 几乎不受暗物质直接观测的限制(LUX-ZEPLIN, etc).
New results: 真空转置导致电弱精确参数 S, T 在CHM中是发散的。

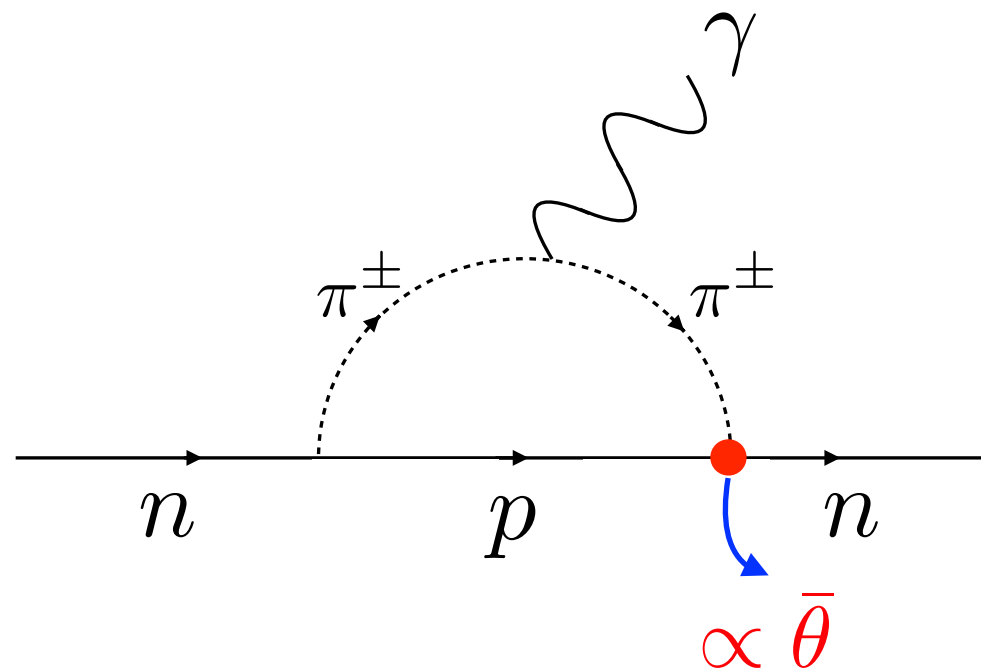
强 CP 问题

描述强相互作用的QCD拉氏量中可以加入一个产生CP破坏的拓扑项，同时费米子的手征变换通过路径积分测度可以使得 强 CP 相位产生位移。

$$\mathcal{L} \supset \frac{\bar{\theta} g_s^2}{32\pi^2} G_{\mu\nu}^a \tilde{G}^{a\mu\nu}, \quad \bar{\theta} = \theta + \arg \det(y_u y_d)$$

Invariant CPV parameter

πNN 相互作用中CP-odd 项正比于 $\bar{\theta}$ ，中子电偶极矩实验可以给出限制：



$$d_n \sim 3 \times 10^{-16} \bar{\theta} e \cdot \text{cm}$$

$$\leq 3 \times 10^{-26} e \cdot \text{cm}$$

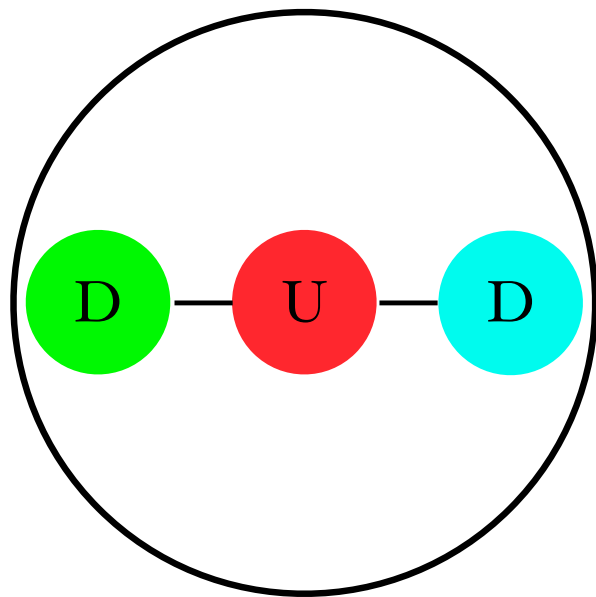
$$\Rightarrow \bar{\theta} \lesssim 10^{-10}$$

Phys.Rev.Lett 124 081803

Arxiv: 1812.02669

强 CP 的解决方案 (1)

强CP 相位小于 10^{-10} 是一个自然性问题，需要恰当的机制来解释



(1) 理论存在无质量夸克

如果 $\arg \det(M_u M_d) = 0$ ，则理论中存在一个额外的手征对称性 $u \rightarrow e^{i\alpha} u$ ，可以将强CP相位转为零：

$$\bar{\theta} \rightarrow \bar{\theta} + 2\alpha = 0$$

强CP相位为零的经典图形

Arxiv: 1812.02669

当我们无法定义一个不变的强CP相位时， $\bar{\theta}$ 不是物理的观测量。

但标准模型中不存在无质量夸克

强 CP 的解决方案 (2)

- (2) 引入一个具有QCD 反常的 $U(1)_{PQ}$ 全局对称, 在KSVZ实现中, 需要加入一个复标量 以及至少一对 Vector-like 夸克:

Peccei and Quinn, Phys.Rev.Lett 38, 1440; Phys.Rev.D 16, 1791

$$V = -m^2 \Phi \Phi^\dagger + \lambda (\Phi \Phi^\dagger)^2 + y \Phi q q^c + h.c.$$

当复标量获得VEV, $U(1)_{PQ}$ 对称自发破缺:

$$\Phi = (f_a + r) e^{i a / f_a} \quad a : \text{QCD Axion}$$

Instanton 产生的轴子势能可动态地将QCD反常项驱动为零

$$V_{\min} \Rightarrow \bar{\theta} = \theta_{\text{QCD}} + \langle a \rangle / f_a = 0$$

- (3) 新物理理论在UV能标具有 P /CP 对称性, 在红外 $\theta_{\text{CKM}} \neq 0$

镜像复合模型

In preparation; Cacciapaglia, Csaki, HC, Ma

我们提出一个新的在UV能标时**镜像夸克无质量**的强 CP 解决方案。
以 Pati-Salam 模型为基础，加入Lepton-color 将夸克/轻子统一起来，
模型的规范群为：

$$G_{PS} = \text{SU}(4) \times \text{SU}(2)_L \times \text{U}(1)_R$$

	$\mathcal{G}_{\text{PS}}$	$\mathbb{Z}_3$	$U(1)_{\text{PQ}}$	$U(1)_{B+L}$	$\text{SU}(3)_q$	$\text{SU}(3)_u$	$\text{SU}(3)_d$	Mirror	
SM夸克 轻子	ψ_q^i	$(4, 2, 0)$	1	1	1	3	—	—	$\hat{\psi}_q$
	ψ_u^i	$(\bar{4}, 1, -1/2)$	1	1	-1	—	$\bar{3}$	—	$\hat{\psi}_u$
	ψ_d^i	$(\bar{4}, 1, 1/2)$	1	1	-1	—	$\bar{3}$	—	$\hat{\psi}_d$
引入 U(1)	H_u	$(1, 2, 1/2)$	1	-2	0	—	—	—	$\hat{H}_u$
	H_d	$(1, 2, -1/2)$	1	-2	0	—	—	—	$\hat{H}_d$
	Φ	$(4, 1, 1/2)$	0	0	0	—	—	—	$\hat{\Phi}$
	ψ_s^i	$(1, 1, 0)$	2	-1	1	—	—	—	$\times$
	ϕ_1	$(1, 1, 0)$	2	—	—	—	—	—	$\times$

紫外理论

In preparation; Cacciapaglia, Csaki, HC, Ma

$$\begin{aligned}\mathcal{L} \supset & \lambda_{\Phi u} \left(\hat{H}_u^\dagger \hat{H}_u \Phi^\dagger \Phi + H_u^\dagger H_u \hat{\Phi}^\dagger \hat{\Phi} \right) + \lambda_{\Phi d} \left(\hat{H}_d^\dagger \hat{H}_d \Phi^\dagger \Phi + H_d^\dagger H_d \hat{\Phi}^\dagger \hat{\Phi} \right) \\ & - (y_u \psi_q \psi_u H_u + y_d \psi_q \psi_d H_d + y_1 \psi_u \psi_1 \Phi + \text{h.c.}) + \text{mirror} \\ & - \xi (H_u H_d) \left(\hat{H}_u \hat{H}_d \right)^* + \dots\end{aligned}$$

$\langle \Phi \rangle = (0, 0, 0, \Lambda_{PS})$ 引起对称自发破缺 $SU(4) \times U(1)_R \rightarrow SU(3)_C \times U(1)_Y$

$\xi (H_u H_d) \left(\hat{H}_u \hat{H}_d \right)^*$ 在Visible和Mirror空间定义了共同的U(1) PQ Symmetry.

Λ_{PS}^2 对质量的修正将使得镜像电弱规范群不产生对称自发破缺, 镜像夸克在 Confinement 前无质量, 通过 U(1) PQ symmetry 可以将 $\bar{\theta}_{\text{mir}}$ 转动为零.

复合动力学机制

镜像夸克在 $f_4 \gg \Lambda_{\text{QCD}}$ 能标凝聚: $SU(6)^2 \rightarrow SU(6)$, $\widehat{SU(2)}_L \times \widehat{U(1)}_R \rightarrow \widehat{U(1)}_{Q'}$

$$\hat{\psi}_F = \left(\hat{\psi}_{q\uparrow}^1, \hat{\psi}_{q\uparrow}^2, \hat{\psi}_{q\uparrow}^3, \hat{\psi}_{q\downarrow}^1, \hat{\psi}_{q\downarrow}^2, \hat{\psi}_{q\downarrow}^3 \right), \quad \hat{\psi}_{\bar{F}} = \left(\hat{\psi}_u^1, \hat{\psi}_u^2, \hat{\psi}_u^3, \hat{\psi}_d^1, \hat{\psi}_d^2, \hat{\psi}_d^3 \right)$$

$$\hat{\psi}_F \hat{\psi}_{\bar{F}} \rightarrow c_F f_4^3 \exp \left(\frac{i\eta'}{\sqrt{2N_F f_4}} \right) \cdot U \cdot \mathbb{I}_{N_F}; \det U = 1$$

Yukawa相互作用在镜像凝聚后生成 Tadpole项, 诱导镜像 Higgs 产生VEV:

$$\xi H_u H_d \langle \hat{h}_u^0 \rangle^* \langle \hat{h}_d^0 \rangle^* + h.c. \Rightarrow 2\xi \frac{c_F^2 v_u v_d f_4^6}{m_{\hat{H}_u}^2 m_{\hat{H}_d}^2} \cos \left(\langle A_0 \rangle \sqrt{v_u^2 + v_d^2} / (v_u v_d) + \frac{\langle \eta' \rangle}{\sqrt{3} f_4} \right) = 0$$

$$V_{\text{non-pert}} = \chi_{\text{QCD}} \left[1 - \cos \left(\bar{\theta}_{\text{vis}} + 3 \langle A_0 \rangle \sqrt{v_u^2 + v_d^2} / (v_u v_d) \right) \right] + \chi_4 \left[1 - \cos \left(\bar{\theta}_{\text{mir}} - \frac{\sqrt{3} \langle \eta' \rangle}{f_4} \right) \right]$$

$$\bar{\theta}_{\text{vis}} = \bar{\theta}_{\text{mir}} = \frac{\sqrt{3} \langle \eta' \rangle}{f_4} = - \frac{3 \sqrt{v_u^2 + v_d^2}}{v_u v_d} \langle A_0 \rangle \quad \underline{m_{A_0} \sim O(100) \text{ GeV}} \quad m_{\eta'} \sim f_4$$

Same as 2 Higgs Model

Quality Problem

In preparation; Cacciapaglia, Csaki, HC, Ma

	$\mathbb{Z}_n SU(4)^2$	$\mathbb{Z}_n SU(2)^2$	$\mathbb{Z}_n U(1)_R^2$	$(\mathbb{Z}_n)^2 U(1)_R$	$\mathbb{Z}_n (\text{grav})^2$	$(\mathbb{Z}_n)^3$
$\mathcal{A}$	12	12	6	0	93	93

$\mathbb{Z}_n \subset U(1)_{PQ}$, 反常系数 = $0 \bmod 3$, 因此可以在UV能标引入规范 Z_3 对称, 使得 $U(1)_{PQ}$ 本质上是由 Z_3 产生的近似全局对称性。

规范 Z_3 可以禁止以下低阶 $U(1)_{PQ}$ 的算符, 这类算符会产生 bias 势能:

$$\frac{(\Phi^\dagger \Phi)^2}{M_P^2} \left(H_u H_d + \hat{H}_u \hat{H}_d \right), \quad \frac{(\Phi^\dagger \Phi)}{M_P} H_u H_d \left(\hat{H}_u \hat{H}_d \right)$$

最低阶允许算符为: $\frac{\kappa_{6H}}{M_P^2} (\hat{H}_u \hat{H}_d)^2 (H_u H_d) + \text{mirror} + \text{h.c.}$

$$\Delta_{6H} = \frac{\langle \hat{H}_u \hat{H}_d \rangle}{M_P^2} \sim \frac{f_4^6}{M_P^2 \hat{m}_{11}^2 \hat{m}_{22}^2} \Rightarrow f_4 \ll 10^{-5} M_P = 10^{14} \text{ GeV}$$

引入Peccei Quinn夸克

In preparation; Cacciapaglia, Csaki, HC, Ma

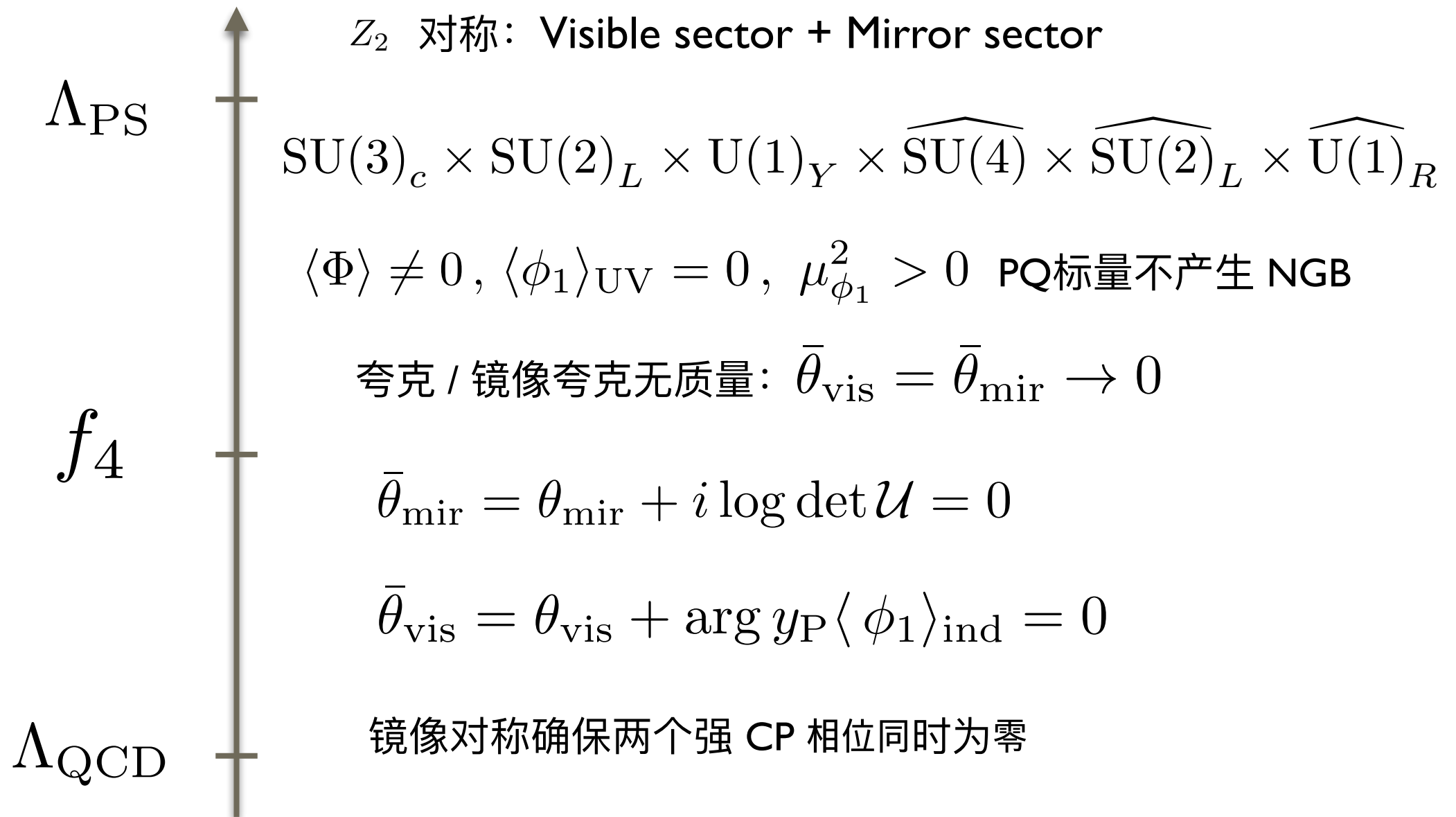
	G_{PS}	$U(1)_{PQ}$	$SU(3)_q$	$SU(3)_u$	$SU(3)_d$	Mirror
ψ_q^i	$(4, 2, 0)$	0	3	—	—	$\hat{\psi}_q^i$
$\psi_u^{c,i}$	$(\bar{4}, 1, -1/2)$	0	—	$\bar{3}$	—	$\hat{\psi}_u^{c,i}$
$\psi_d^{c,i}$	$(\bar{4}, 1, 1/2)$	0	—	—	$\bar{3}$	$\hat{\psi}_d^{c,i}$
ψ_1^i	$(1, 1, 0)$	0	—	—	—	$\times$
P	(R_4, R_2, q)	p	—	—	—	$\hat{P}$
P^c	$(\bar{R}_4, \bar{R}_2, -q)$	$k - p$	—	—	—	$\hat{P}^c$
H	$(1, 2, 1/2)$	0	—	—	—	$\hat{H}$
Φ	$(4, 1, 1/2)$	0	—	—	—	$\hat{\Phi}$
ϕ_1	$(1, 1, 0)$	$-k$	—	—	—	$\times$

PQ费米子
带来额外的
NGB

$\phi_1 (PP^c + \hat{P}\hat{P}^c)$ 定义了 U(1), 镜像凝聚给出 $y_P \phi_1 \langle \hat{P}\hat{P}^c \rangle \sim y_P \phi_1 \frac{c_F f_4^3}{m_{\phi_1}^2} \Sigma_{0,PQ}$

诱导的 $\langle \phi_1 \rangle_{\text{ind}}$ 显式破缺 U(1), $(\Re \phi_1, \Im \phi_1)$ 获得不同质量, 不产生NGB。

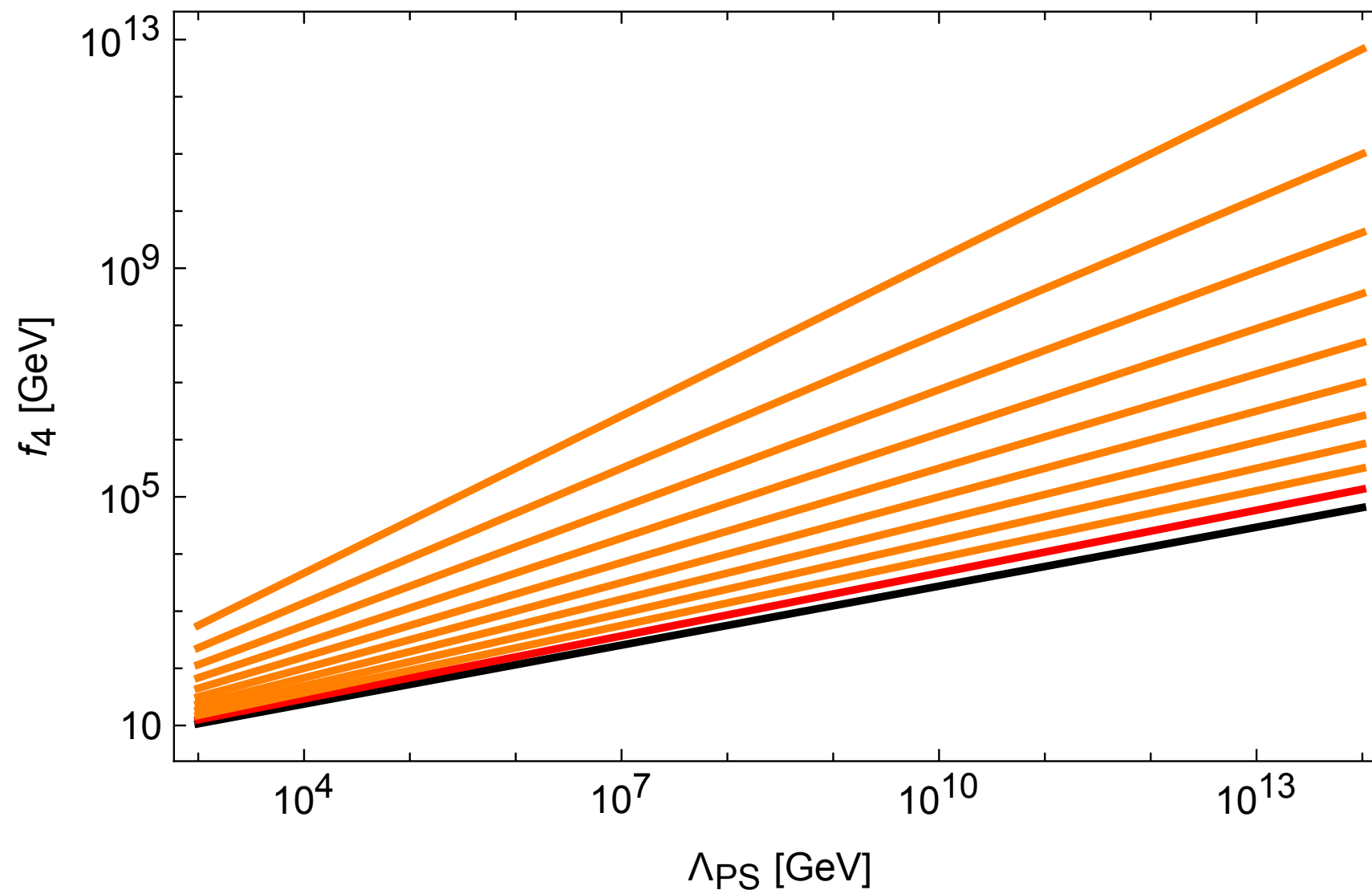
KSVZ 型无轴子方案



- gauged $\mathbb{Z}_n, n > 2$ 对称可消除算符: $\frac{\Phi^\dagger \Phi}{M_{PL}} P P^c, \frac{(\Phi^\dagger \Phi)^2}{M_{PL}^2} \phi^2$
- PQ fermion 需要能够衰变, 这决定相关的量子数

复合能标

可以由一圈图重整化群方程计算复合能标, $\alpha_3(\Lambda_{\text{PS}}) = \alpha_4(\Lambda_{\text{PS}})$



NFSZ方案
no PQ fermions
 $\Lambda_{\text{PS}} \sim 10^{10} \text{ GeV}$
 $f_4 \sim 1 \text{ TeV}$

总结和展望

- 目前主要研究复合pNGB 暗物质，可以进一步研究复合费米子暗物质，同时考虑星系团等天文学观测对暗物质产生截面的限制。
- 在无轴子强CP 解决方案中，模型需要具备以下条件：
 - (1) 存在一个没有破缺并具有QCD反常的 $U(1)$ 对称性
 - (2) 镜像夸克无质量，通过凝聚产生复合NGB 粒子
 - (3) Z_2 对称使得 Visible/ Mirror Sector 强CP相位同时被复合粒子VEV消除。
- 模型中CP-odd 标量以及NGB的质量由镜像凝聚能标决定。