



粲重子衰变常数在格点中的计算

报告人：李磊毅

合作者：王伟，张其安，杨一玻，徐繁荣，古宇

王光宇，冉杰

2025. 10. 12 第五届中国格点量子色动力学研讨会 惠州

目录

一、研究背景

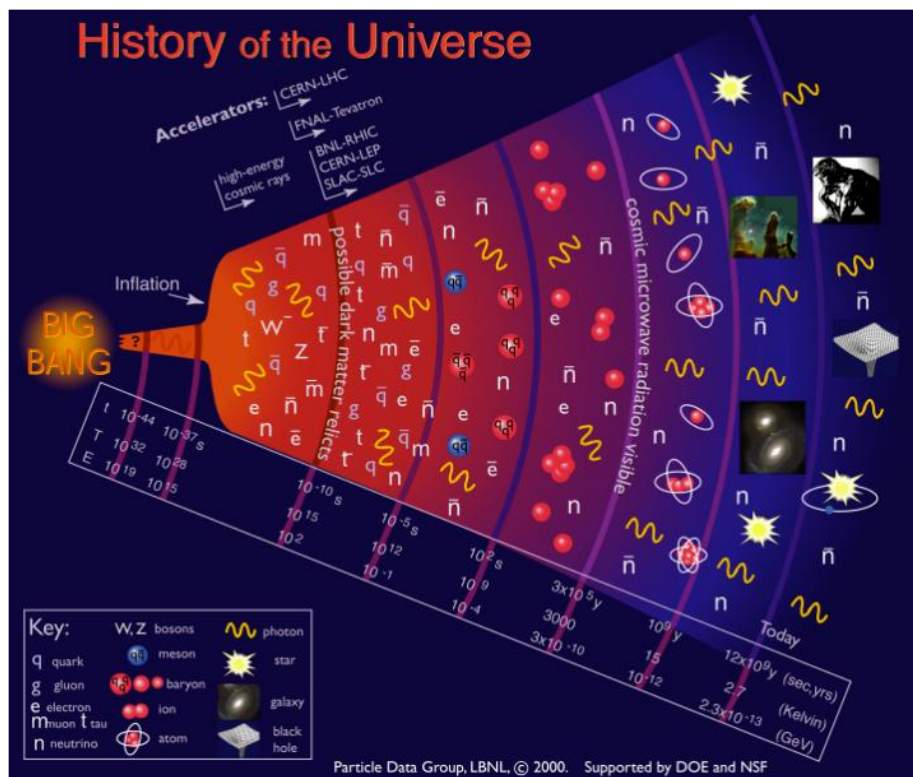
二、衰变矩阵元的计算

三、重整化常数的计算

四、总结

一、研究背景：宇宙中正反物质不对称之谜

Particle Data Group, LBNL © 2000



萨哈罗夫三条件:

1、C与CP破坏

2、重子数不守恒

3、热平衡的偏离

粲重子相关

A. D. Sakharov, Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz. 5, 32 (1967)

图1、宇宙的历史

1、C与CP破坏

半轻衰变过程可以抽取CKM矩阵元 V_{cb} :

$$\text{Br}(\Lambda_b^0 \rightarrow \Lambda_c^+ l \bar{\nu}) = 6.2_{-1.3}^{+1.4} \%$$

两体非轻衰变过程可以用来寻找新的CP破坏:

$$\text{Br}(\Lambda_b^0 \rightarrow \Lambda_c^+ \pi^-) = 6.7_{-2.2}^{+3.2} {}_{-2.8}^{+0.3+2.5} \%$$

$\Lambda_b^0 \rightarrow \Lambda_c^+$ 形状因子的因子化:

$$\langle \Lambda_c | iA | \Lambda_b \rangle \sim C \otimes T \otimes \underbrace{\langle \Lambda_c | O_{\Lambda_c} | 0 \rangle \otimes \langle 0 | O_{\Lambda_b} | \Lambda_b \rangle}_{f_{\Lambda_c} \phi_{\Lambda_c}}$$

粲重子衰变常数的定义:

$$\langle 0 | \epsilon_{ijk} (q_{1,i}^T C \Gamma_1 q_{2,j}) \Gamma_2 c_{3,k} | \mathcal{B}_c \rangle = m_{\mathcal{B}_c} f_{\mathcal{B}_c} u_{\mathcal{B}_c}$$

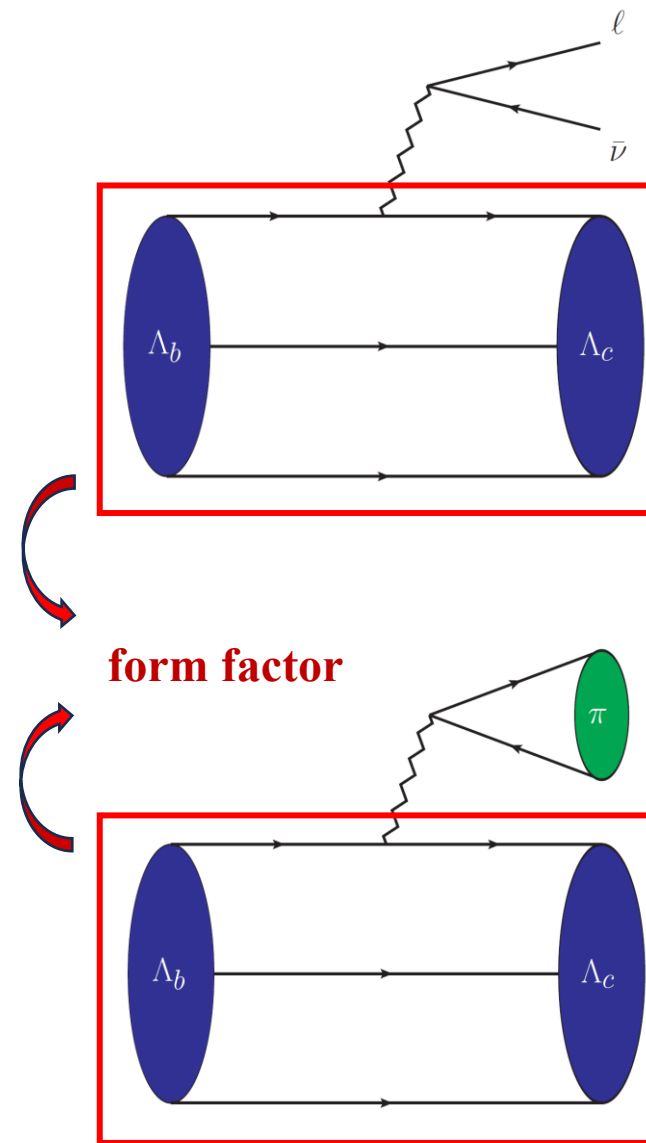


图2. 两体非轻和半轻衰变

2、重子数不守恒

P. del Amo Sanchez, et al. [BaBar],
Phys. Rev. D 83, 091101 (2011)

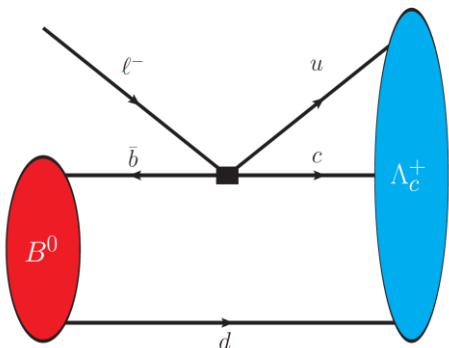


图3、大统一: $B^0 \rightarrow \Lambda_c^+ l^-$

C.O.Dib, et al. JHEP 02, 224 (2023)

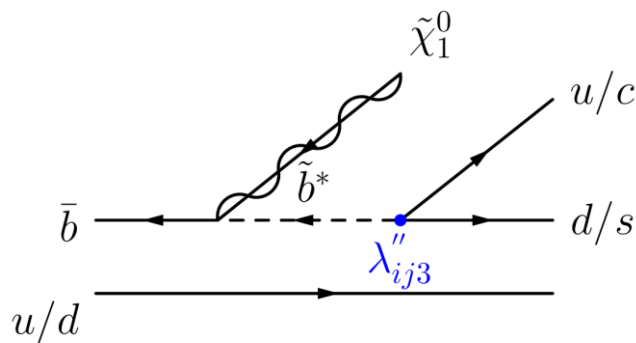


图4、超对称: $B^+ \rightarrow \Lambda_c^+ \tilde{\chi}_1^0$

J.P.Lees, et al. [BaBar],
Phys. Rev. D 111, L031101 (2025)

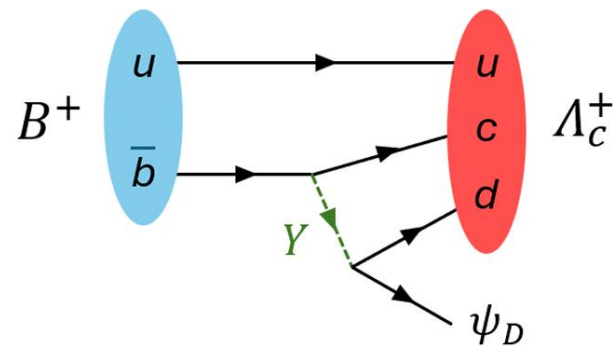


图5、重子生成模型: $B^+ \rightarrow \Lambda_c^+ \psi_D$

新物理形状因子 $B \rightarrow \Lambda_c^+$ 的因子化:

$$\langle \Lambda_c | iA | B \rangle \sim C_{new} \otimes T \otimes \underbrace{\langle \Lambda_c | O_{\Lambda_c} | 0 \rangle}_{f_{\Lambda_c} \phi_{\Lambda_c}} \otimes \langle 0 | O_B | B \rangle$$

实验 + 形状因子 $\rightarrow$ 新物理模型参数进行限制

非微扰输入: 粲重子衰变常数

3、粲重子衰变常数研究现状

目前只有QCD sum rule 给出结果:

Baryon	Decay constants (10^{-2}GeV^2)				
	Λ_c^+	Ξ_c	Ξ'_c	Σ_c	Ω_c^0
QCD sum rule 【1】	-	-	2.13(62)	1.83(61)	3.45(85)
QCD sum rule 【2】	0.96(35)	1.09(32)	-	-	-
QCD sum rule 【3】	$1.19^{+0.19}_{-0.28}$	-	-	$3.08^{+0.49}_{-0.74}$	-
QCD sum rule 【4】	-	-	-	-	3.30(48)

【1】 Z.G.Wang, Phys. Lett. B 685, 59 (2010),

【2】 Z.G.Wang, Eur. Phys. J. C 68, 479 (2010),

【3】 A. Khodjamirian, Y. M. Wang, et al. JHEP 09, 106,

【4】 Y.J. Shi, W. Wang, and Z. X. Zhao, Eur. Phys. J. C 80,568 (2020).

精度在15%-20%

第一性原理的计算是有必要的

二、衰变矩阵元计算：抽取粲重子裸衰变常数

1、粲重子算符构造

di-quark的SU(3) 对称性:
 $3 \otimes 3 = \bar{3} \oplus 6$

$$\bar{3} : \begin{cases} O_{\Lambda_c^+} = \epsilon_{ijk}(u_i^T C \gamma_5 d_j) c_k, \\ O_{\Xi_c^+} = \epsilon_{ijk}(u_i^T C \gamma_5 s_j) c_k, \\ O_{\Xi_c^0} = \epsilon_{ijk}(d_i^T C \gamma_5 s_j) c_k, \end{cases}$$

赝标流

$$6 : \begin{cases} O_{\Xi_c'^+} = \epsilon_{ijk}(u_i^T C \gamma_\mu s_j) \gamma^\mu \gamma_5 c_k, \\ O_{\Xi_c'^0} = \epsilon_{ijk}(d_i^T C \gamma_\mu s_j) \gamma^\mu \gamma_5 c_k, \\ O_{\Sigma_c^+} = \epsilon_{ijk}(u_i^T C \gamma_\mu d_j) \gamma^\mu \gamma_5 c_k, \\ O_{\Sigma_c^0} = \frac{1}{\sqrt{2}} \epsilon_{ijk}(d_i^T C \gamma_\mu d_j) \gamma^\mu \gamma_5 c_k, \\ O_{\Sigma_c^{++}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \epsilon_{ijk}(u_i^T C \gamma_\mu u_j) \gamma^\mu \gamma_5 c_k, \\ O_{\Omega_c^0} = \frac{1}{\sqrt{2}} \epsilon_{ijk}(s_i^T C \gamma_\mu s_j) \gamma^\mu \gamma_5 c_k. \end{cases}$$

矢量流

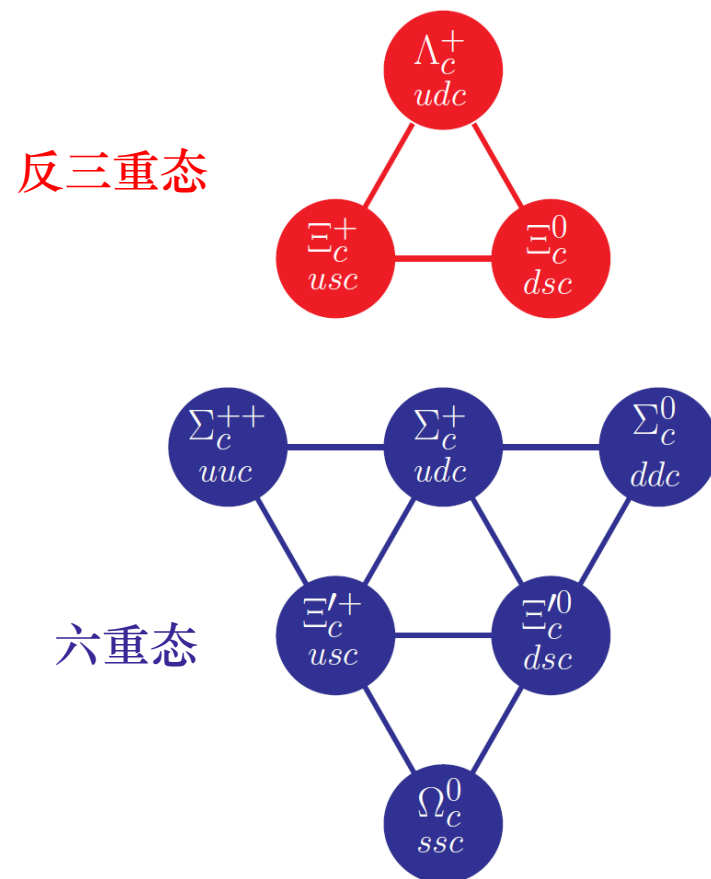


图6. 粲重子算符根据SU(3)对称性分类

A. Khodjamirian and Y.M.Wang, et al. JHEP 09, 106 (2011).

H. Liu, W. Wang, and Q.A. Zhang et al. Phys. Lett. B 841, 137941(2023)

2、两点关联函数计算

两点关联函数: $C_{2pt}(t) = \sum_x e^{-ip \cdot x} \langle 0 | O_{B_c}(x), \bar{O}_{B_c}(0) | 0 \rangle$

正宇称投影: $C_{2pt}^+(t) = \text{Tr}\{C_{2pt}(t)P_+\}$

插入强子完备集: $1 = \int \frac{d^3 \vec{p}}{(2\pi)^3} \frac{|n(p)\rangle \langle n(p)|}{2E_n}$

根据衰变常数的定义: $\langle 0 | O_{B_c} | B_c \rangle = m_{B_c} f_{B_c} u_{B_c}$

强子层次的关联函数进行参数化:

$$C_{2pt}^+(t) = 2m_{B_c}^2 f_{B_c}^{(0)2} e^{-m_{B_c} \cdot t} (1 + \Delta C \cdot e^{\Delta m \cdot t})$$

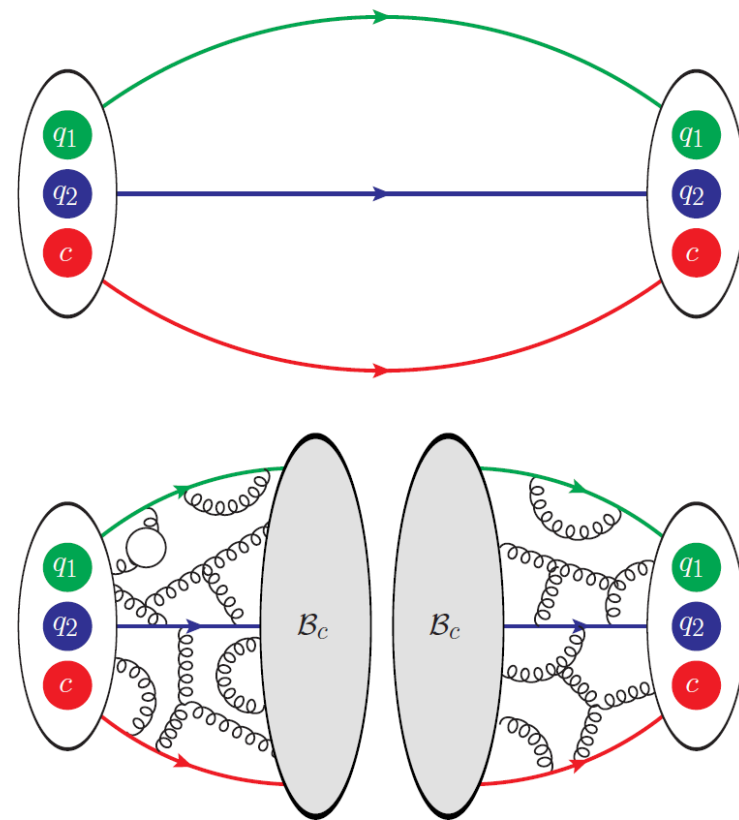


图7、夸克与强子层次的两点关联函数

3、格点set-up

CLQCD合作组产生的组态:

格距: $[0.05, 0.105]$ fm $\rightarrow$ 连续极限外推

Pion : $[135, 320]$ MeV $\rightarrow$ 物理质量外推

体积: C24P29, C32P29 $\rightarrow$ 无穷体积外推



表1、CLQCD组态信息

Ensemble	$L^3 \times T$	a (fm)	Pion (MeV)	Nconf	Nsrc
C24P29	$24^3 \times 72$	0.105	290	864	2×10
C32P29	$32^3 \times 64$	0.105	290	984	2×10
C48P14	$48^3 \times 96$	0.105	135	187	2×20
C32P23	$32^3 \times 64$	0.105	230	451	2×10
F32P30	$32^3 \times 96$	0.077	300	777	2×10
H48P32	$48^3 \times 144$	0.052	320	550	2×6

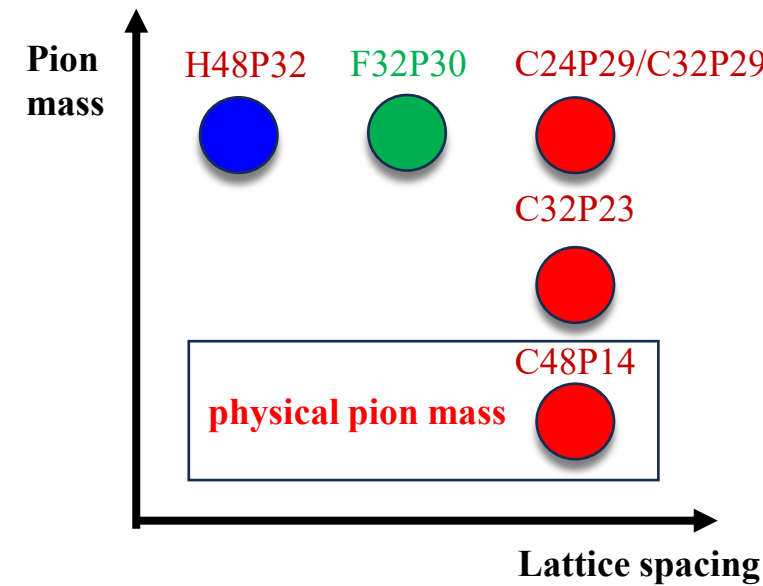


图8、CLQCD组态

4、有效质量

Ξ_c 和 Ξ'_c 的差别在洛伦兹结构:

$$O_{\Xi_c} = \epsilon_{ijk} (l_i^T C \gamma_5 s_j) c_k$$

$$O_{\Xi'_c} = \epsilon_{ijk} (l_i^T C \gamma_\mu s_j) \gamma_5 \gamma^\mu c_k$$

SU(3)对称性的影响会体现在质量平台

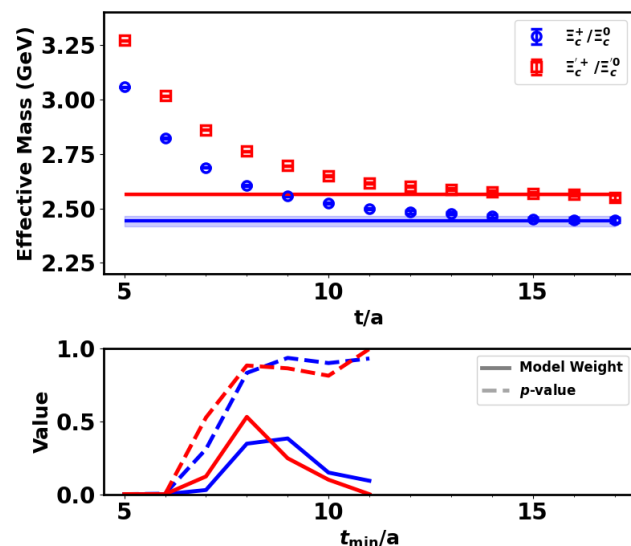


图9. Ξ_c 和 Ξ'_c 的有效质量图

两态拟合抽取有效质量和裸的衰变常数:

$$C_{2pt}^+(t) = 2m_{B_c}^2 f_{B_c}^{(0)2} e^{-m_{B_c} \cdot t} (1 + \Delta C \cdot e^{\Delta m \cdot t})$$

接下来手征极限外推和连续极限外推:

$$m_{B_c}(m_\pi, a) = m_{B_c,phy} + c_1(m_\pi^2 - m_{\pi,phy}^2) + c_2 a^2 + c_3 e^{-m_\pi L}$$

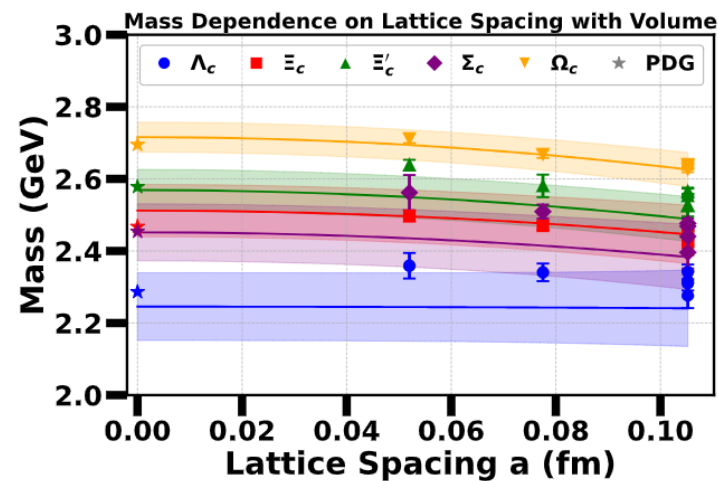


图10. 质量外推图

表2、粲重子裸的衰变常数汇总

	Decay constant (bare) (GeV^2)					
Baryon	C24P29	C32P23	C32P29	C48P14	F32P30	H48P32
Λ_c	0.0183(12)	0.0178(23)	0.0173(19)	0.0175(19)	0.0189(15)	0.0205(25)
Ξ_c	0.0170(19)	0.0167(21)	0.01782(77)	0.01709(90)	0.01957(81)	0.0220(11)
Ξ'_c	0.02656(73)	0.0232(36)	0.02547(54)	0.0240(36)	0.0279(38)	0.0348(17)
Σ_c	0.0246(11)	0.0223(33)	0.0241(11)	0.0202(32)	0.0272(18)	0.0329(55)
Ω_c	0.0274(15)	0.0263(11)	0.02679(60)	0.0276(18)	0.0309(19)	0.0365(21)

三、重整化常数：非微扰计算

格点中重子重整化的研究出现在质子衰变：

J. S. Yoo, et al, Phys. Rev. D 105, 074501 (2022).

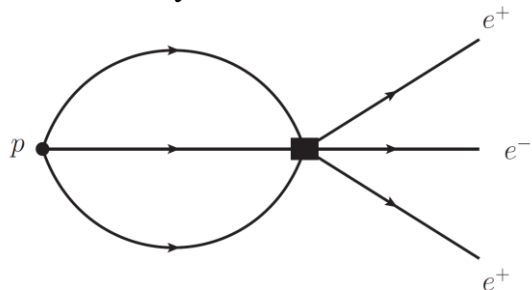


图11、 $p \rightarrow e^+ e^- e^+$ 两点关联函数

推广到粲重子衰变常数的研究：

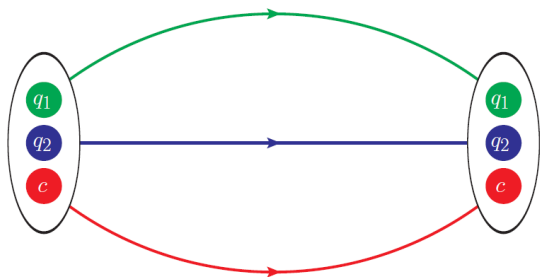


图12、粲重子两点关联函数

粲重子算符重整化常数为：

$$O = Z_{O_i} O^{(0)}$$

非微扰重整化条件：

$$Z_{O_i} Z_{q1}^{-1/2} Z_{q2}^{-1/2} Z_{q3}^{-1/2} \Gamma_{O_i} |_{\text{SMOM}_{\gamma_\mu}/\text{SYM3q}} = 1$$

夸克场重整化常数 顶点函数

SMOM_{γμ}：对称动量减除方案

SYM3q：三夸克对称动量减除方案

MOM3q vs SYM3q:

$$[\Lambda_{3q}^{\overline{\text{MS}}}]_{\text{MOM3q}} = 1 + (-4.06) \frac{\alpha_s}{4\pi} + O(\alpha_s^2)$$

$$[\Lambda_{3q}^{\overline{\text{MS}}}]_{\text{SYM3q}} = 1 + (0.989) \frac{\alpha_s}{4\pi} + O(\alpha_s^2)$$

J. S. Yoo, et al, Phys. Rev. D 105, 074501 (2022).

1、biliner算符顶点函数

Z_q 的计算 J. S. Yoo, et al. Phys. Rev. D 105, 074501 (2022):

$$Z_V \Gamma_V Z_q^{-1} |_{\text{SMOM}_{\gamma_\mu}} = 1$$

得到**矢量流**顶点函数：

$$\Gamma_V = \frac{1}{48} \text{Tr} \{ S_{in}^{-1}(p_2) G_V^\mu(p_1, p_2) S_{out}^{-1}(p_1) \gamma_\mu \}.$$

biliner算符： $O_V^\mu = \bar{\psi}_1 \gamma^\mu \psi_2$ 动量空间的格林函数：

$$G_V^\mu(p_1, p_2) = \langle \psi_1(p_1) O_V^\mu \bar{\psi}_2(p_1) \rangle = \frac{1}{N} S_{out}(p_1) \gamma^\mu S_{in}(p_2)$$

其中：

$$S_{out}(p_1) = \frac{1}{N} \sum_x e^{-ip_1 \cdot x} \langle \psi(x) \bar{\psi}(0) \rangle$$

$$S_{in}(p_2) = \frac{1}{N} \left(\gamma_5 \sum_x e^{-ip_2 \cdot x} \langle \psi(x) \bar{\psi}(0) \rangle \gamma_5 \right)^\dagger$$

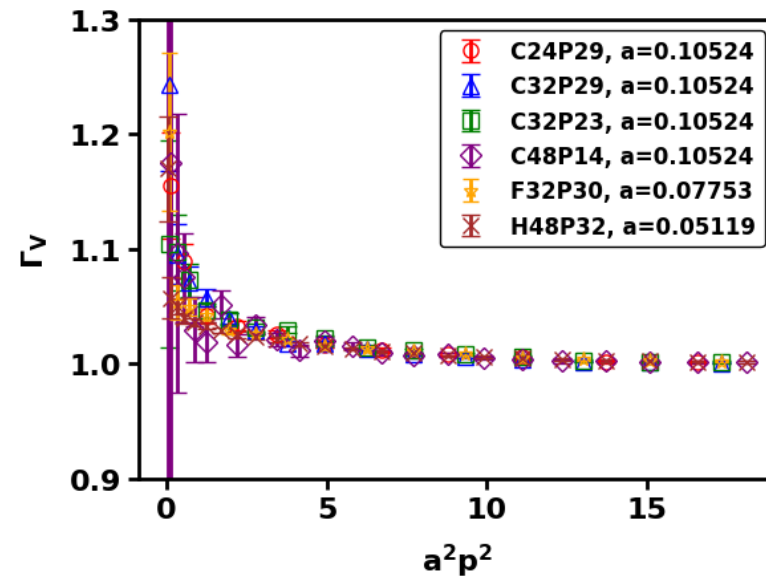


图13. 矢量流顶点函数 Γ_V

2、重子算符顶点函数

定义动量空间的**格林函数**:

$$G(x, y_1, y_2, y_3) = \langle O(x), \bar{q}_1(y_1) \bar{q}_2(y_2) \bar{q}_3(y_3) \rangle$$

动量空间的**截断格林函数**:

$$\Lambda(p_1, p_2, p_3) = G(p_1, p_2, p_3) S^{-1}(p_1) S^{-1}(p_2) S^{-1}(p_3)$$

粲重子**顶点函数**:

$$\Gamma(p_1, p_2, p_3) = (P_i)_{\beta\alpha\delta\gamma}^{ijk} \Lambda_{\alpha\beta\gamma\delta}^{ijk}(p_1, p_2, p_3)$$

投影算符:

$$(P_1)_{\beta\alpha\delta\gamma}^{ijk} = \frac{1}{96} \epsilon_{ijk} (\gamma_5 C)_{\beta\alpha} (1)_{\delta\gamma},$$

$$(P_2)_{\beta\alpha\delta\gamma}^{ijk} = \frac{1}{384} \epsilon_{ijk} (\gamma_\mu C)_{\beta\alpha} (\gamma_5 \gamma_\mu)_{\delta\gamma},$$

$$(P_3)_{\beta\alpha\delta\gamma}^{ijk} = \frac{1}{384\sqrt{2}} \epsilon_{ijk} (\gamma_\mu C)_{\beta\alpha} (\gamma_5 \gamma_\mu)_{\delta\gamma},$$

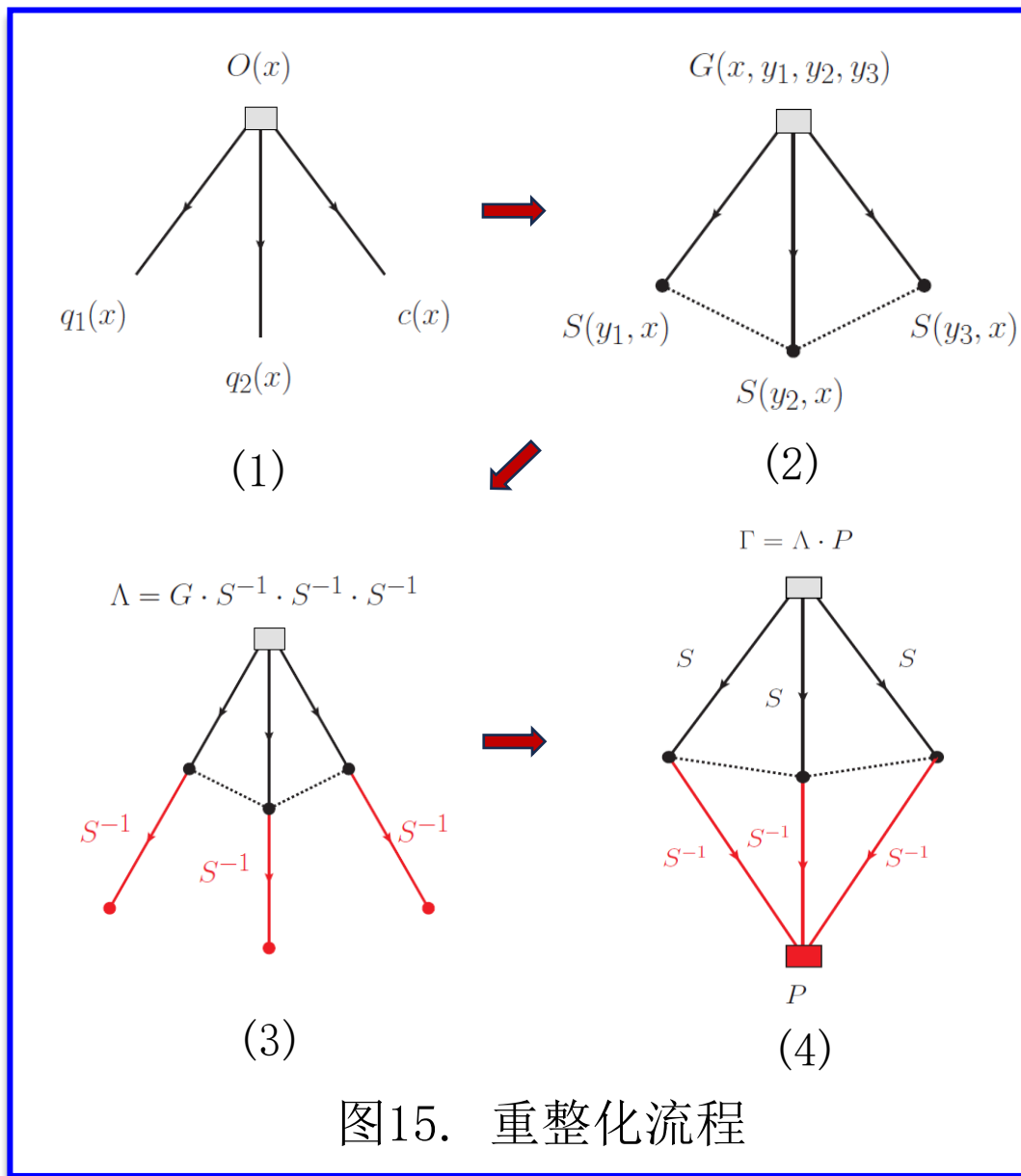


图15. 重整化流程

3、非微扰重整化方案

动量设置:

介子: SMOM_{γ_μ}

动量选择: $p_1 = \frac{2\pi}{L}(n, n, 0, 0)$, $p_2 = \frac{2\pi}{L}(n, 0, n, 0)$

重整化条件: $p_1^2 = p_2^2 = (p_1 - p_2)^2 = \mu^2$

重子: SYM3q

动量选择: $ap_1 = \frac{2\pi}{L}(n, n, 0, 0)$, $ap_2 = \frac{2\pi}{L}(-n, 0, n, 0)$,

$$ap_3 = \frac{2\pi}{L}(-n, 0, -n, 0)$$

重整化条件: $p_1^2 = p_2^2 = p_3^2 = \mu^2$, $p_1 + p_2 + p_3 = 0$

质量设置:

微扰: 转换因子计算忽略质量

格点: 算符采用轻夸克质量

再外推到零质量极限

$$O_1 = \epsilon_{ijk}(l_1^T C \gamma_5 l_2) l_3$$

$$O_2 = \epsilon_{ijk}(l_1^T C \gamma_\mu l_2) \gamma_\mu \gamma_5 l_3$$

$$O_3 = \epsilon_{ijk}(l_1^T C \gamma_\mu l_1) \gamma_\mu \gamma_5 l_3$$

粲重子算符九重态简并成三种:

$$O_1 = Z_{O1} O_1^{(0)}$$

$$O_2 = Z_{O2} O_2^{(0)}$$

$$O_3 = Z_{O3} O_3^{(0)}$$

4、非微扰重整化常数计算

矢量流算符 $O = \bar{\psi}_1 \gamma^\mu \psi_2$

重整化条件: $Z_V Z_q^{-1} \Gamma_V |_{\text{SMOM}_{\gamma_\mu}} = 1$,

顶点算符:

$$\Gamma_V = \frac{1}{48} \text{Tr} \{ \Lambda_\mu \gamma^\mu \}.$$

截腿格林函数 投影算符

$$Z_V = \frac{Z_q}{\Gamma_V},$$

重子流: $O = \epsilon_{ijk} (q_i^T C \Gamma_1 q_j) \Gamma_2 c_k$ 算符

重整化条件: $Z_{O_i} Z_q^{-3/2} \Gamma_{O_i} |_{\text{SYM3q}} = 1$

顶点算符:

$$\Gamma_{O_i}(p_1, p_2, p_3) = \Lambda_{xy,cz}^{\alpha\beta\gamma}(p_1, p_2, p_3) * P_{yx,zc}^{\alpha\beta\gamma}$$

截腿格林函数 投影算符

$$Z_{O_i} = \frac{Z_q^{3/2}}{\Gamma_{O_i}}$$

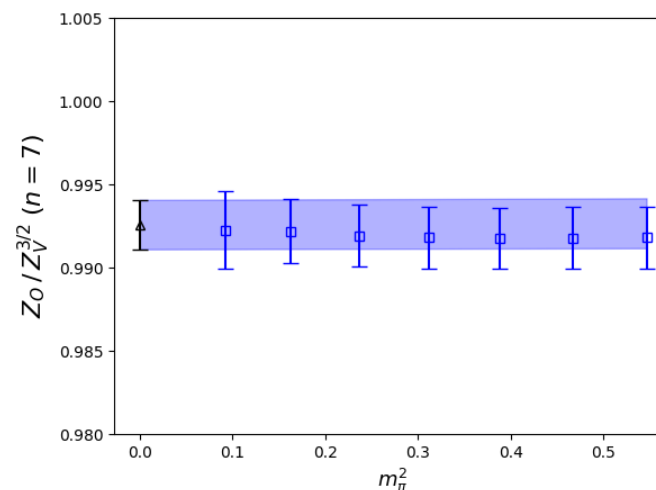
计算重整化常数的比值:

$$\frac{Z_{O_i}}{Z_V^{3/2}} |_{\text{SMOM}_{\gamma_\mu}/\text{SYM3q}} = \frac{\Gamma_V^{3/2}}{\Gamma_{O_i}} |_{\text{SMOM}_{\gamma_\mu}/\text{SYM3q}}$$

零质量极限外推公式:

$$\frac{Z_{O_i}}{Z_V^{3/2}}(m_q, a^2 p^2) = \frac{\Gamma_V^{3/2}}{\Gamma_{O_i}}(m_q, a^2 p^2) = \underline{A} + B a m_q$$

$m_q \sim m_\pi^2$



SMOM_{γ_μ}/SYM3q → $\overline{\text{MS}}$ 转换

转换到 $\overline{\text{MS}}$ scheme: $\frac{Z_{Oi}}{Z_V^{3/2}}(\mu, a^2 p^2) = \lim_{m_q \rightarrow 0} C^{\overline{\text{MS}} \leftarrow \text{SMOM}_{\gamma_\mu}/\text{SYM3q}} \frac{Z_{Oi}}{Z_V^{3/2}}$

粲重子算符转换因子: $C^{\overline{\text{MS}} \leftarrow \text{SMOM}_{\gamma_\mu}/\text{SYM3q}}(\mu) = [\Lambda^{\overline{\text{MS}}}]_{\text{SYM3q}} \left(C_q^{\overline{\text{MS}} \leftarrow \text{SMOM}_{\gamma_\mu}} \right)^{-3/2}$

夸克场的转换因子: $C_q^{\overline{\text{MS}} \leftarrow \text{SMOM}_{\gamma_\mu}} = 1 + \frac{4}{3} \left(\frac{\alpha_s}{4\pi} \right) + O(\alpha_s^2)$

赝标流算符的截腿格林函数: $[\Lambda^{\overline{\text{MS}}}]_{\text{SYM3q}} = 1 + 0.989426 \left(\frac{\alpha_s}{4\pi} \right) + O(\alpha_s^2)$

矢量流算符, 根据Fierz变换公式: $\epsilon_{ijk}(u_1^T C \gamma^\mu u_2) \gamma_5 \gamma_\mu d_3 = 2[\epsilon_{ijk}(u_1^T C u_2) d_3 - \epsilon_{ijk}(u_1^T C \gamma_5 u_2) \gamma_5 d_3]$

矢量流算符与赝标流算符一致。

动量外推

乘上转换因子并演化到2GeV, a^2p^2 外推:

$$\frac{Z_{oi}(2\text{GeV}, a^2p^2)}{Z_V^{3/2}} = \boxed{\frac{Z_{oi}(2\text{GeV})}{Z_V^{3/2}}} + \frac{c_{-1}}{a^2p^2} + c_1(a^2p^2) + c_2(a^2p^2)^2$$

粲重子重整化常数: $Z_{oi}(2\text{GeV}) = \frac{Z_{oi}(2\text{GeV})}{Z_V^{3/2}} (Z_V^{q_1} Z_V^{q_2} Z_V^c)^{1/2}$

Z_V^l, Z_V^s, Z_V^c : H.Y. Du, Y. B. Yang et al Phys. Rev. D 111, 054504 (2025) .

表3. $\mu=2\text{GeV}$ 能标下的粲重子算符重整化常数

Ensemble	$Z_{\Lambda_c}^{\text{MS}}$	$Z_{\Xi_c}^{\text{MS}}$	$Z_{\Xi'_c}^{\text{MS}}$	$Z_{\Sigma_c}^{\text{MS}}$	$Z_{\Omega_c}^{\text{MS}}$
C24P29	0.9277(82)	0.9584(84)	0.9510(85)	0.9205(82)	0.9824(88)
C32P29	0.9252(91)	0.9557(95)	0.963(10)	0.9319(98)	0.994(10)
C32P23	0.9477(85)	0.9791(88)	0.9701(84)	0.9389(81)	1.0023(86)
C48P14	0.9481(86)	0.9796(89)	0.9783(80)	0.9469(77)	1.0108(83)
F32P30	0.8908(56)	0.9085(57)	0.9048(51)	0.8872(50)	0.9228(52)
H48P32	0.8400(27)	0.8492(28)	0.8513(26)	0.8420(26)	0.8607(27)

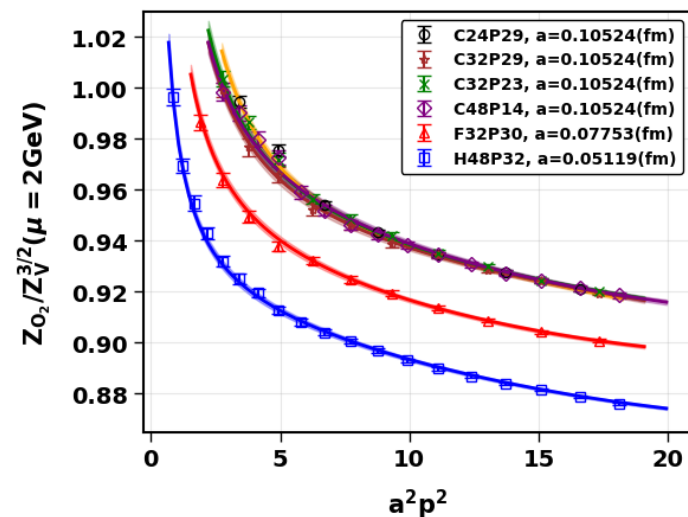
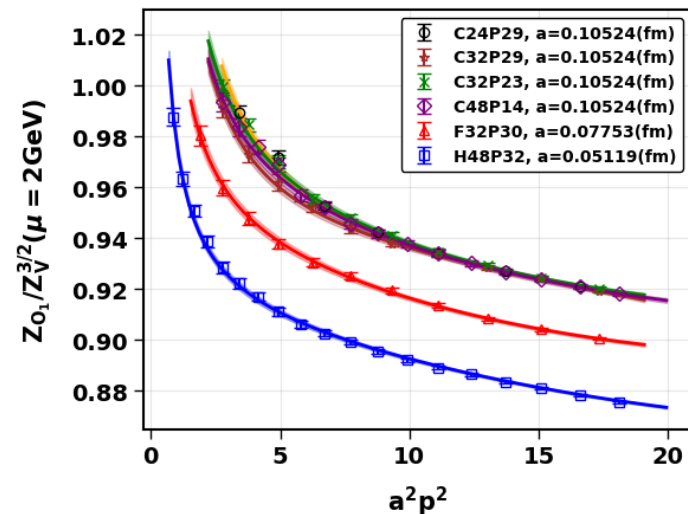


图16、重整化常数比值 a^2p^2 外推

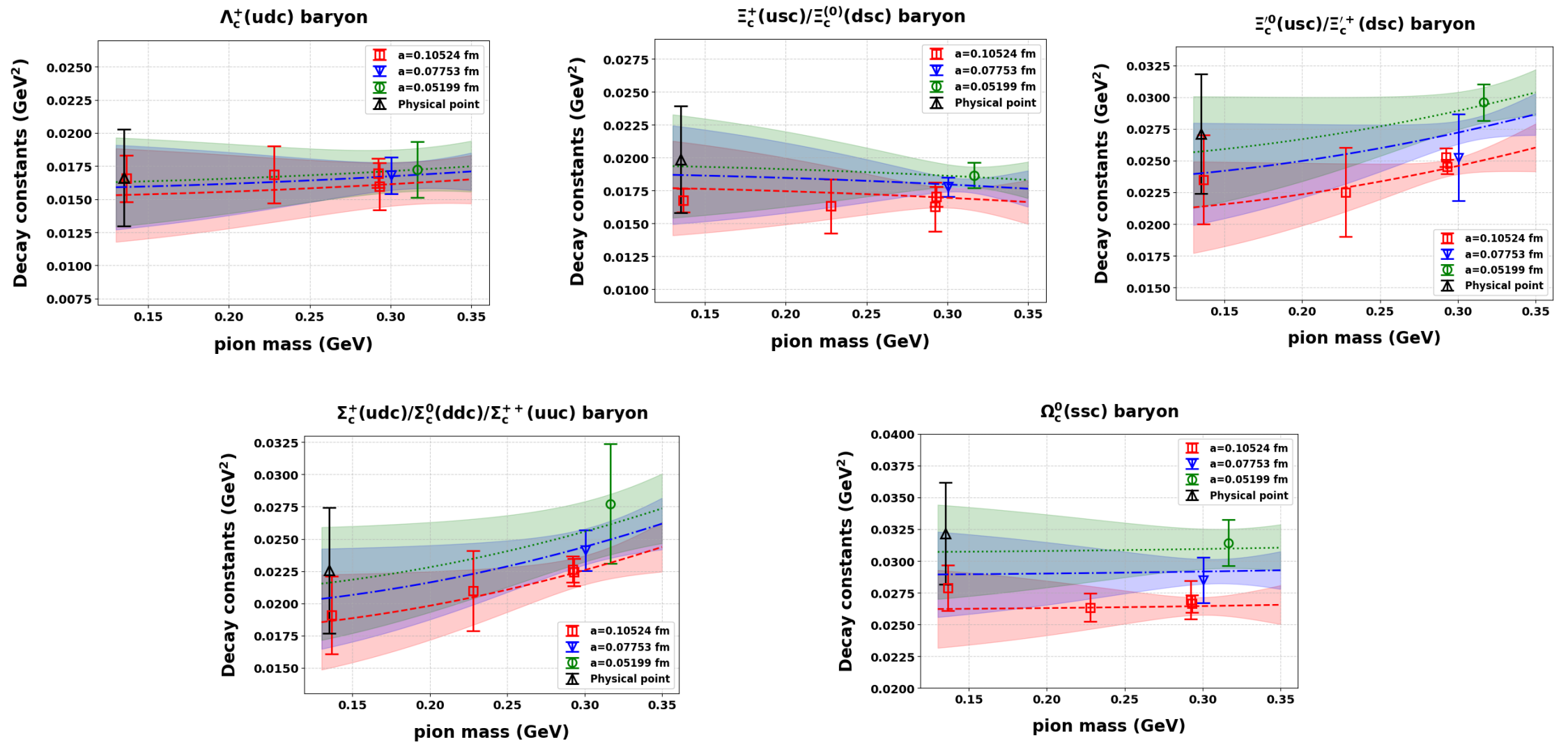


图18. 粲重子衰变常数外推

外推公式: $f_B(m_\pi, a) = f_{B,phy} + c_1(m_\pi^2 - m_{\pi,phy}^2) + c_2 a^2 + c_3 e^{-m_\pi L}$

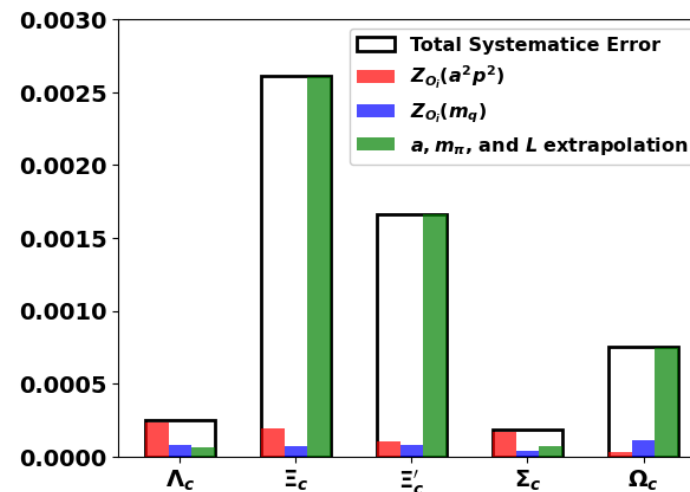
4、数值结果

表4. $\mu=2\text{GeV}$ 能标下的粲重子衰变常数

	Decay constants (10^{-2}GeV^2)				
Baryon	Λ_c^+	Ξ_c	Ξ'_c	Σ_c	Ω_c^0
QCD sum rule 【1】	-	-	2.13(62)	1.83(61)	3.45(85)
QCD sum rule 【2】	0.96(35)	1.09(32)	-	-	-
QCD sum rule 【3】	$1.19^{+0.19}_{-0.28}$	-	-	$3.08^{+0.49}_{-0.74}$	-
QCD sum rule 【4】	-	-	-	-	3.30(48)
This work	1.66(37)	1.99(48)	2.71(51)	2.26(49)	3.22(41)

- 【1】 Z.G.Wang, Phys. Lett. B 685, 59 (2010),
【2】 Z.G.Wang, Eur. Phys. J. C 68, 479 (2010),
【3】 A. Khodjamirian, Y. M. Wang, et al. JHEP 09, 106,
【4】 Y.J. Shi, W. Wang, and Z. X. Zhao, Eur. Phys. J. C 80, 568 (2020),

格点计算的粲重子衰变常数的精度为13~24%



四、总结

- 首次基于第一性原理计算了粲重子衰变常数
- 对粲重子算符进行重整化计算
- 进行连续极限，物理质量和无穷大体积外推，得到物理点的粲重子衰变常数

展望：

- 计算不同洛伦兹结构的粲重子算符
- 重味重子弱衰变的第一性原理计算

谢谢！

附录

粲重子内插流算符:

$$O_B^{(\Gamma)} = \epsilon_{ijk}(q_i^T C \Gamma q_j) \Gamma' q_k \quad (1)$$

其中, di-quark中的 Γ 矩阵为:

$$\begin{aligned} \Gamma &= \{ 1, \gamma_5, \gamma_\mu, \gamma_5 \gamma_\mu, \sigma_{\mu\nu} \} \\ &\Rightarrow \{ S, P, V, A, T \} \end{aligned} \quad (2)$$

表1、QCD sum rule 中的粲重子内插流算符

	$\Lambda_c^+(udc)$	文献
赝标	$O_{\Lambda_c^+}^{(P)} = \epsilon_{ijk}(u_i^T C \gamma_5 d_j) c_k$	【1,2】
标量	$O_{\Lambda_c^+}^{(S)} = \epsilon_{ijk}(u_i^T C d_j) \gamma_5 c_k$	【1,2】
轴矢	$O_{\Lambda_c^+}^{(A)} = \epsilon_{ijk}(u_i^T C \gamma_5 \gamma_\mu d_j) \gamma^\mu c_k$	【1,2】
	$\Omega_c^0(ssc)$	文献
矢量	$O_{\Omega_c^0}^{(V)} = \epsilon_{ijk}(s_i^T C \gamma_\mu s_j) \gamma^\mu \gamma_5 c_k$	【5】

	$\Xi_c(usc/dsc)$	文献
矢量	$O_{\Xi_c}^{(V)} = \epsilon_{ijk}(s_i^T C \gamma_\mu c_j) \gamma^\mu \gamma_5 q_k$	【3】
混合	$O_{\Xi_c} = 2\beta O_{\Xi_c}^{(S)} + 2\beta O_{\Xi_c}^{(P)} + \dots$	【4】
	$\Sigma_c^+(udc)$	文献
矢量	$O_{\Sigma_c^+}^{(V)} = \epsilon_{ijk}(u_i^T C \gamma_\mu d_j) \gamma^\mu \gamma_5 c_k$	【1】
张量	$O_{\Sigma_c^+}^{(T)} = \epsilon_{ijk}(u_i^T C \sigma_{\mu\nu} d_j) \sigma^{\mu\nu} \gamma_5 c_k$	【1】

- 【1】 A. Khodjamirian, C.Klein, T.Mannel and Y.M.Wang, ``Form Factors and Strong Couplings of Heavy Baryons from QCD Light-Cone Sum Rules,“ JHEP 09, 106 (2011) doi:10.1007/JHEP09(2011)106 [arXiv:1108.2971 [hep-ph]].
- 【2】 Y. Miao, H. Deng, K. S. Huang, J. Gao and Y. L. Shen, `` $\Lambda_{\{b\}} \rightarrow \Lambda_{\{c\}}$ form factors from QCD light-cone sum rules," Chin. Phys. C 46, no.11, 113107 (2022) doi:10.1088/1674-1137/ac8652 [arXiv:2206.12189 [hep-ph]].
- 【3】 H.H.Duan, Y.L.Liu and M.Q.Huang, ``Semileptonic decay of $\Xi_c \rightarrow \Xi \ell \ell^+ \nu \ell$ from light-cone QCD sum rules," Phys. Rev. D 106, no.9, 096011 (2022) doi:10.1103/PhysRevD.106.096011 [arXiv:2201.03802 [hep-ph]].
- 【4】 T.M.Aliev, S. Bilmis and M.Savci, ``Semileptonic Ξ_c baryon decays in the light cone QCD sum rules," Phys. Rev. D 104, no.5, 054030 (2021) doi:10.1103/PhysRevD.104.054030 [arXiv:2108.01378 [hep-ph]].
- 【5】 H. H. Duan, Y. L. Liu and M.~Q. ~Huang, ``Semileptonic decay of $\Omega_c^0 \rightarrow \Xi^{*-} \ell^+ \nu_\ell$ from light-cone sum rules," Eur. Phys. J. C 81, no.2, 168 (2021) doi:10.1140/epjc/s10052-021-08956-6 [arXiv:2010.16176 [hep-ph]].

根据P宇称和洛伦兹协变性，写下1/2⁺粲重子内插流算符：

$$\begin{aligned}
 O_B^{(S)} &= \epsilon_{ijk}(q_i^T C q_j) \gamma_5 c_k \\
 O_B^{(P)} &= \epsilon_{ijk}(q_i^T C \gamma_5 q_j) c_k \\
 O_B^{(V)} &= \epsilon_{ijk}(q_i^T C \gamma_\mu q_j) \gamma^\mu \gamma_5 c_k \\
 O_B^{(A)} &= \epsilon_{ijk}(q_i^T C \gamma_5 \gamma_\mu q_j) \gamma^\mu c_k \\
 O_B^{(T)} &= \epsilon_{ijk}(q_i^T C \sigma_{\mu\nu} q_j) \sigma^{\mu\nu} \gamma_5 c_k
 \end{aligned} \quad (3)$$

考虑[ud]夸克构成的di-quark结构，根据同位旋 SU(2) 对称性 【1】：

$$\begin{aligned}
 &\left. \begin{aligned}
 O_B^{(P)} &= \frac{1}{2} [\epsilon_{ijk}(u_i^T C \gamma_5 d_j) c_k - \epsilon_{ijk}(d_i^T C \gamma_5 u_j) c_k] \\
 O_B^{(S)} &= \frac{1}{2} [\epsilon_{ijk}(u_i^T C d_j) \gamma_5 c_k - \epsilon_{ijk}(d_i^T C u_j) \gamma_5 c_k] \\
 O_B^{(A)} &= \frac{1}{2} [\epsilon_{ijk}(u_i^T C \gamma_5 \gamma^\mu d_j) \gamma_\mu c_k - \epsilon_{ijk}(d_i^T C \gamma_5 \gamma^\mu u_j) \gamma_\mu c_k]
 \end{aligned} \right\} \Lambda_c \\
 &\left. \begin{aligned}
 O_B^{(V)} &= \frac{1}{2} [\epsilon_{ijk}(u_i^T C \gamma_\mu d_j) \gamma^\mu \gamma_5 c_k + \epsilon_{ijk}(d_i^T C \gamma_\mu u_j) \gamma^\mu \gamma_5 c_k] \\
 O_B^{(T)} &= \frac{1}{2} [\epsilon_{ijk}(u_i^T C \sigma_{\mu\nu} d_j) \sigma^{\mu\nu} \gamma_5 c_k + \epsilon_{ijk}(d_i^T C \sigma_{\mu\nu} u_j) \sigma^{\mu\nu} \gamma_5 c_k]
 \end{aligned} \right\} \Sigma_c
 \end{aligned} \quad (4)$$

单态：
(反对称)

三重态：
(对称)

根据 SU(3) 对称性 $3 \otimes 3 = \bar{3} \oplus 6$ ：

$$\bar{3} : \begin{cases} O_{\Lambda_c^+} = \epsilon_{ijk}(u_i^T C \gamma_5 d_j) c_k \\ O_{\Xi_c^+} = \epsilon_{ijk}(u_i^T C \gamma_5 s_j) c_k \\ O_{\Xi_c^0} = \epsilon_{ijk}(d_i^T C \gamma_5 s_j) c_k \end{cases} \quad (5)$$

$$6 : \begin{cases} O_{\Xi_c'^+} = \epsilon_{ijk}(u_i^T C \gamma_\mu s_j) \gamma^\mu \gamma_5 c_k \\ O_{\Xi_c'^0} = \epsilon_{ijk}(d_i^T C \gamma_\mu s_j) \gamma^\mu \gamma_5 c_k \\ O_{\Sigma_c^0} = \epsilon_{ijk}(d_i^T C \gamma_\mu d_j) \gamma^\mu \gamma_5 c_k \\ O_{\Sigma_c^+} = \epsilon_{ijk}(u_i^T C \gamma_\mu d_j) \gamma^\mu \gamma_5 c_k \\ O_{\Sigma_c^{++}} = \epsilon_{ijk}(u_i^T C \gamma_\mu u_j) \gamma^\mu \gamma_5 c_k \\ O_{\Omega_c^0} = \epsilon_{ijk}(s_i^T C \gamma_\mu s_j) \gamma^\mu \gamma_5 c_k \end{cases} \quad (6)$$

给出常用的粲重子算符

测试投影算符 P_+ 对2pt的影响

Meinel: 1409.0497 粲重子谱, 带 P_+
2309.08107 $\Xi_c \rightarrow \Xi l \nu$, 不带 P_+

$$\Lambda_c \text{ 内插流算符: } O_{\Lambda_c} = \epsilon_{ijk}(u_i^T C \gamma_5 d_j) c_k$$

$$O_{\Lambda_c}^{P+} = \epsilon_{ijk}(u_i^T C \gamma_5 d_j) P_+ c_k \quad (7)$$

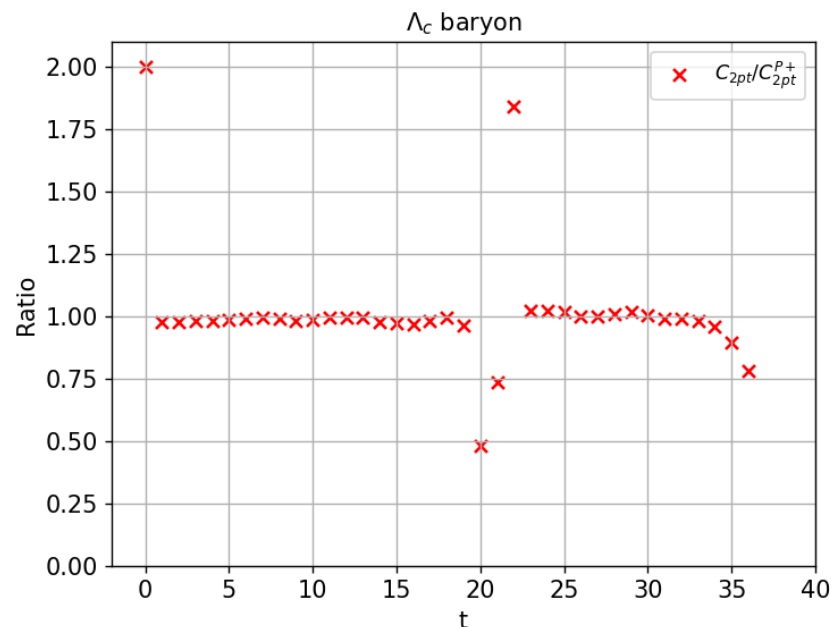


图1、第10000号组态比值 C_{2pt}/C_{2pt}^{P+}

重子	组态	Source	N_conf	$L^3 \times T$
Λ_c^+	C24P29	Wall	10000	$24^3 \times 72$

10000	0	0	3.18794e+05	-8270.03315	10000	1	0	6.37392e+05	-1.58875e+04
10000	0	1	8.54447e+04	-6884.05809	10000	1	1	8.33204e+04	-6558.06473
10000	0	2	2.58299e+04	-2000.06164	10000	1	2	2.52279e+04	-1904.83656
10000	0	3	7550.81071	-268.93099	10000	1	3	7400.42151	-258.15850
10000	0	4	2217.98503	-19.91093	10000	1	4	2178.60689	-23.29129
10000	0	5	707.30537	35.80540	10000	1	5	697.76083	31.93488
10000	0	6	228.92450	19.20698	10000	1	6	226.78921	17.97826
10000	0	7	66.67460	-1.00642	10000	1	7	66.33036	-1.08922
10000	0	8	17.98828	-2.64714	10000	1	8	17.84232	-2.69967
10000	0	9	4.88886	-1.32012	10000	1	9	4.80980	-1.34682
10000	0	10	1.30097	-0.44879	10000	1	10	1.28326	-0.46274
10000	0	11	0.31359	-0.13822	10000	1	11	0.31191	-0.14617
10000	0	12	0.07606	-0.04675	10000	1	12	0.07579	-0.04851
10000	0	13	0.02573	-0.01866	10000	1	13	0.02560	-0.01921
10000	0	14	0.01169	-0.00891	10000	1	14	0.01142	-0.00905
10000	0	15	0.00363	-0.00410	10000	1	15	0.00353	-0.00412
10000	0	16	0.00103	-0.00144	10000	1	16	9.99298e-04	-0.00144
10000	0	17	3.30608e-04	-4.19329e-04	10000	1	17	3.24858e-04	-4.21833e-04
10000	0	18	8.34951e-05	-1.30992e-04	10000	1	18	8.29435e-05	-1.35590e-04
10000	0	19	1.79041e-05	-5.26028e-05	10000	1	19	1.73715e-05	-5.45837e-05
10000	0	20	1.66272e-06	-2.75526e-05	10000	1	20	7.97996e-07	-2.84549e-05

O_{Λ_c} 算符2pt

$O_{\Lambda_c}^{P+}$ 算符2pt

[6] Z.S. Brown, W.Detmold, S. Meinel and K. Orginos, "Charmed bottom baryon spectroscopy from lattice QCD," Phys. Rev. D 90, no.9, 094507 (2014) doi:10.1103/PhysRevD.90.094507 [arXiv:1409.0497 [hep-lat]].

[7] C. Farrell and S. Meinel, "Form factors for the charm-baryon semileptonic decay $\Xi_c \rightarrow \Xi \ell \nu$ from domain-wall lattice QCD," PoS LATTICE2023, 210 (2024) doi:10.22323/1.453.0210 [arXiv:2309.08107 [hep-lat]].

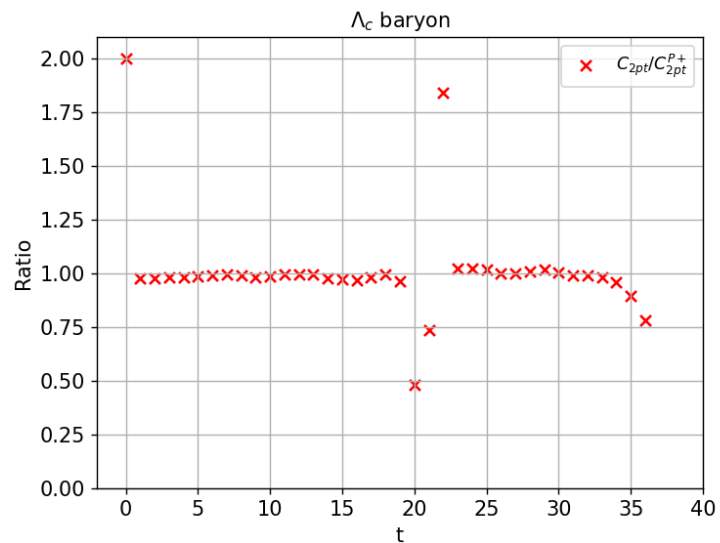


图2、第10000号组态2pt比值

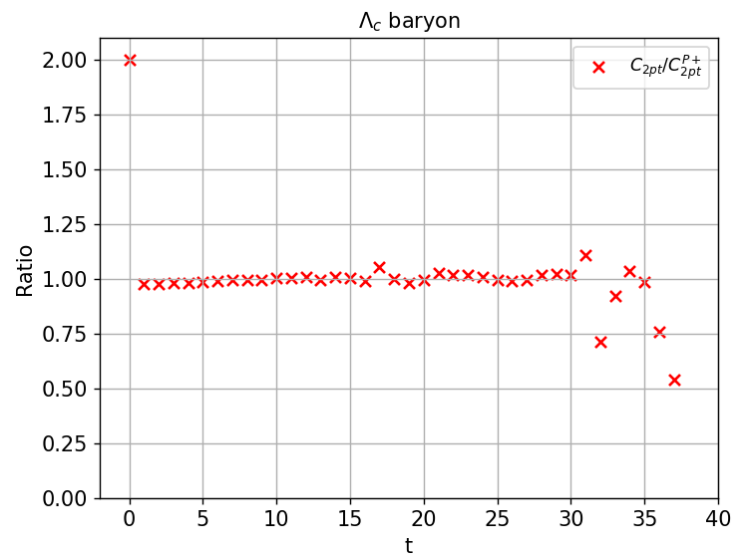


图3、第10100号组态2pt比值

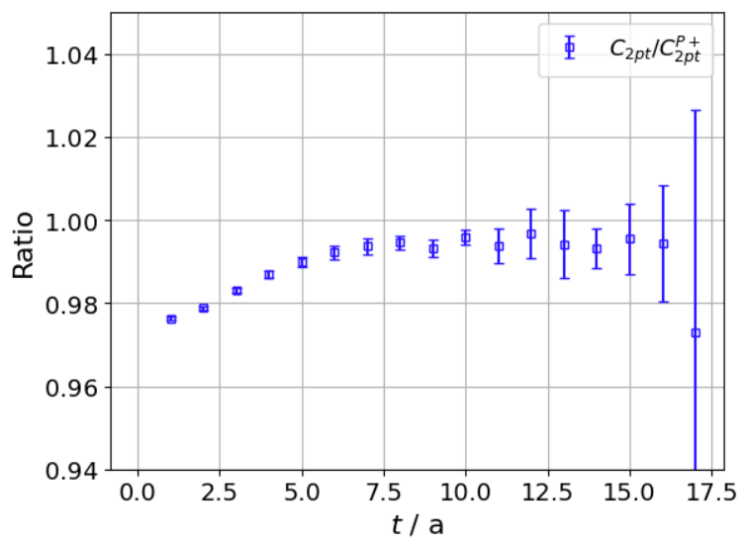


图4、 C_{2pt}/C_{2pt}^{P+} (20个组态)

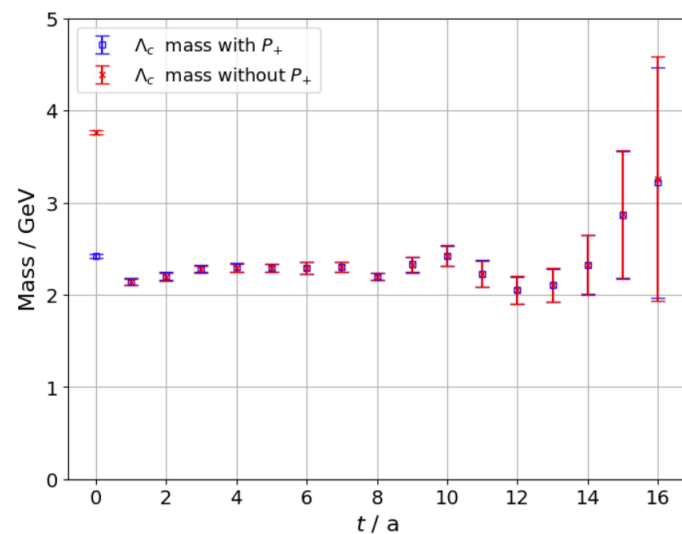


图5、两种不同算符的有效质量平台

P_+ 在t小的时候对C2pt

数值存在影响；

t越大激发态贡献越小，

趋近于基态；

对有效质量的影响很小。

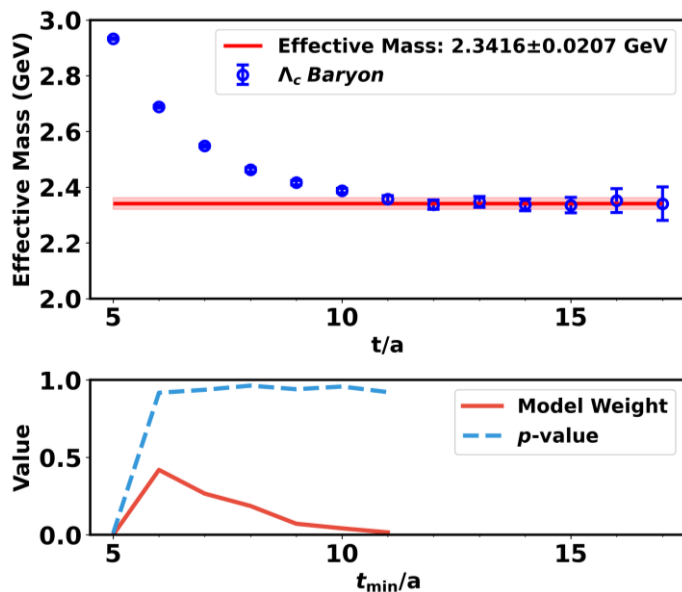


图12、 Λ_c^+ 重子有效质量

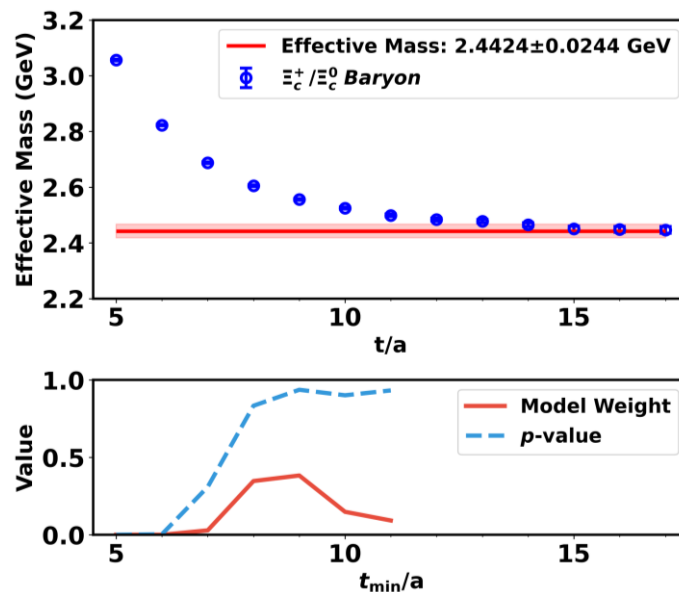


图13、 Ξ_c^+/Ξ_c^0 重子有效质量

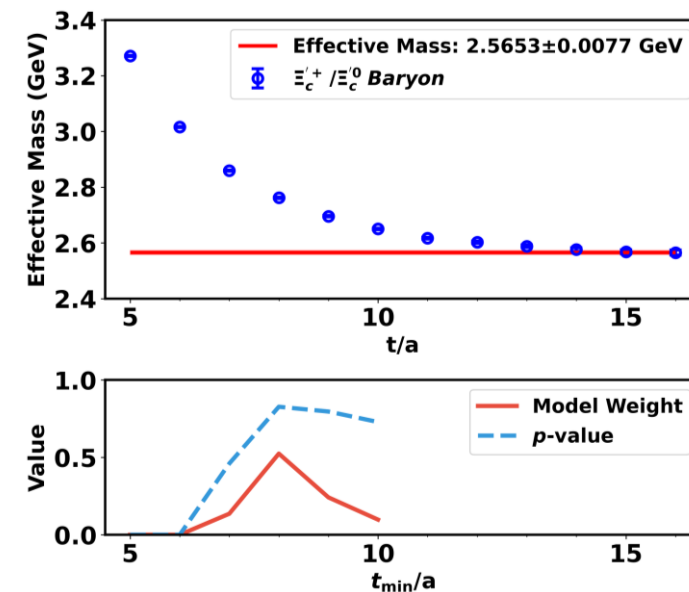


图14、 $\Xi_c'^+/\Xi_c'^0$ 重子有效质量

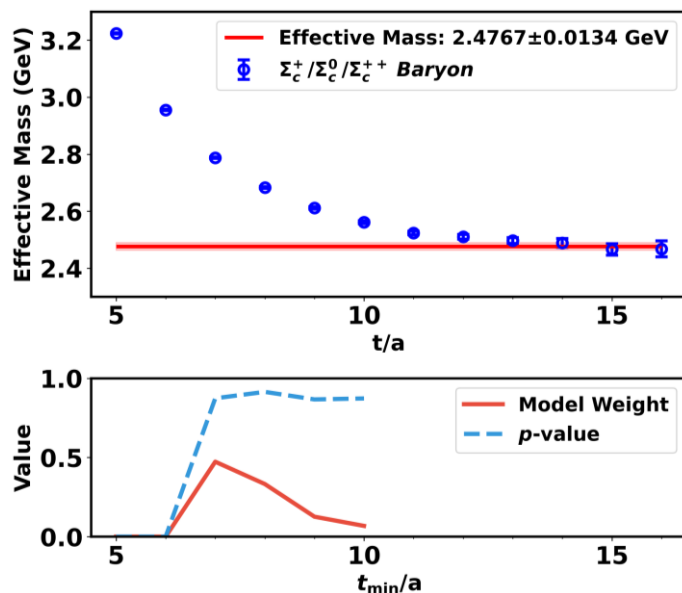


图15、 $\Sigma_c^+/\Sigma_c^0/\Sigma_c^{++}$ 重子有效质量

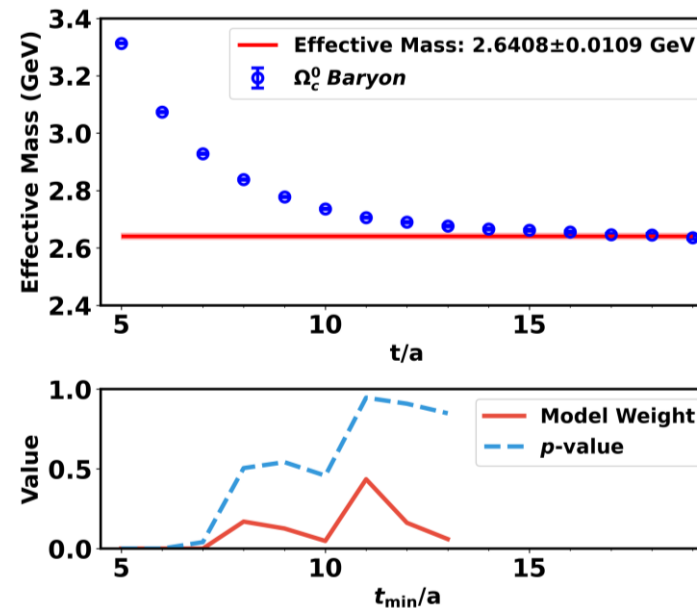


图16、 Ω_c^0 重子有效质量

C24P29
Ncfg=864
Nsrc=2×10

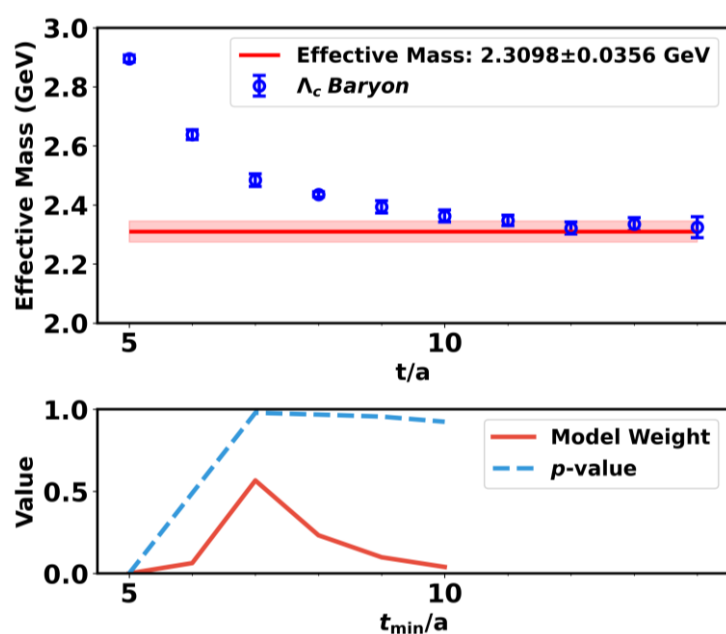


图17、 Λ_c^+ 重子有效质量

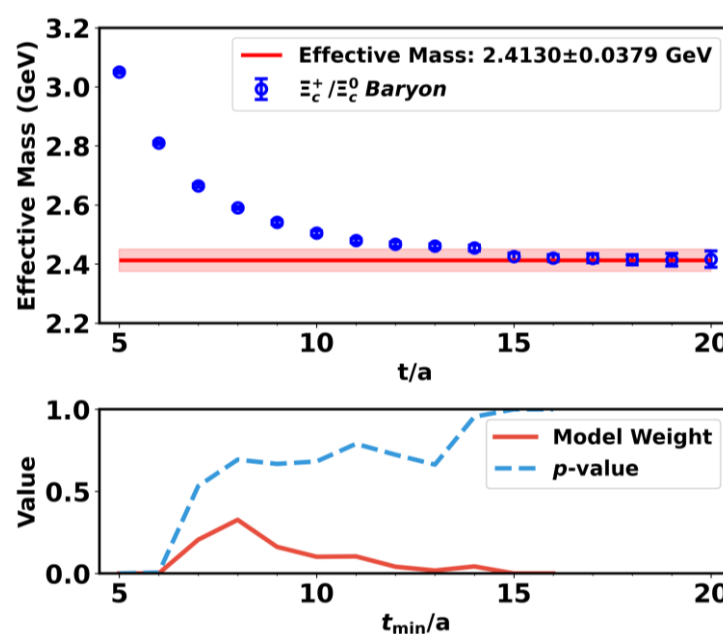


图18、 Ξ_c^+/Ξ_c^0 重子有效质量

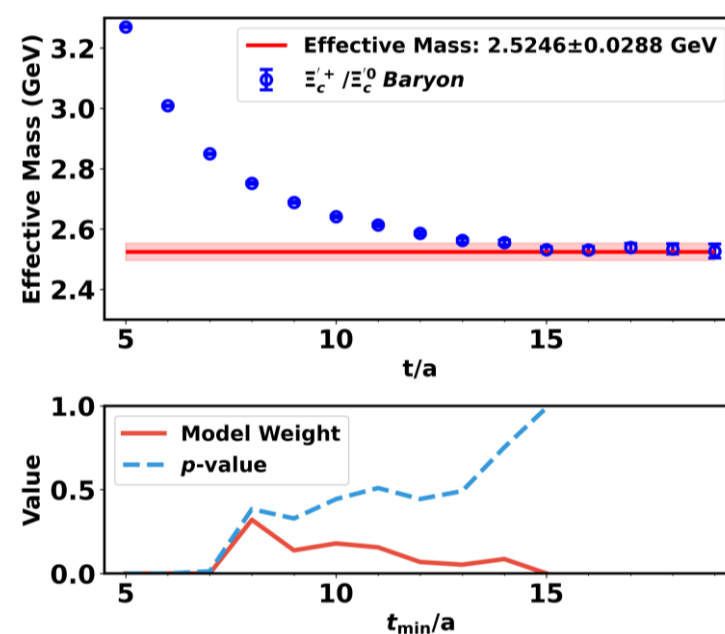


图19、 $\Xi_c'^+/\Xi_c'^0$ 重子有效质量

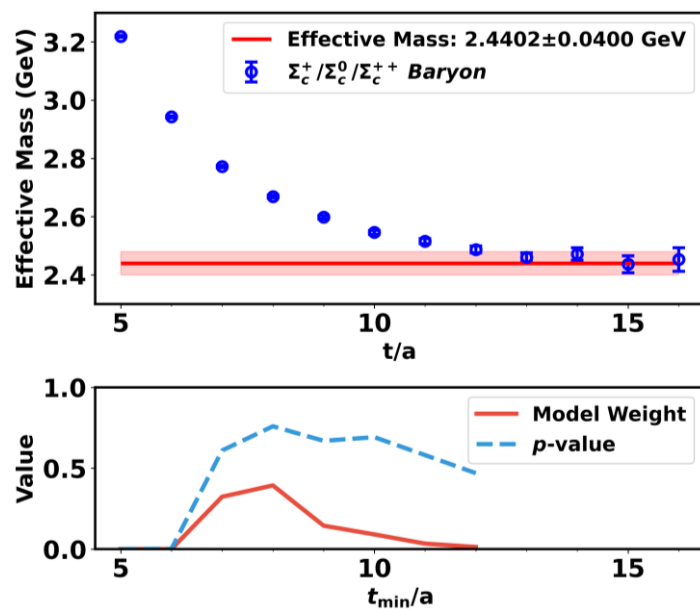


图20、 $\Sigma_c^+/\Sigma_c^0/\Sigma_c^{++}$ 重子有效质量

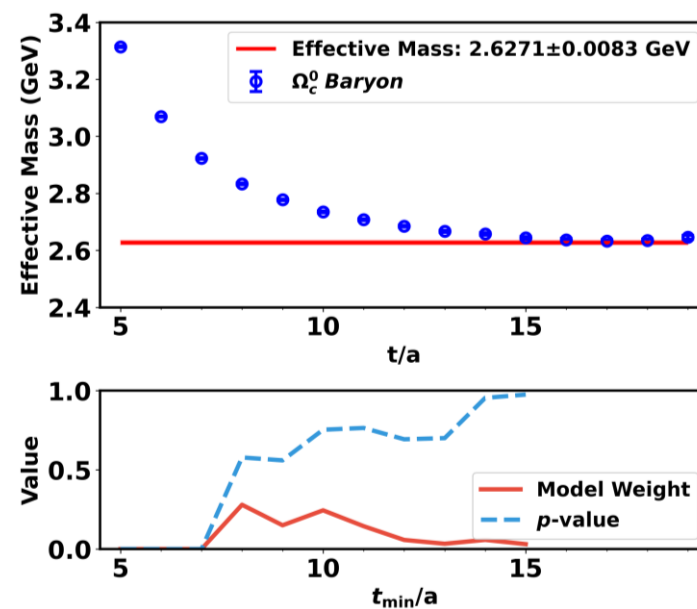


图21、 Ω_c^0 重子有效质量

C32P23
Ncfg=451
Nsrc=2×10

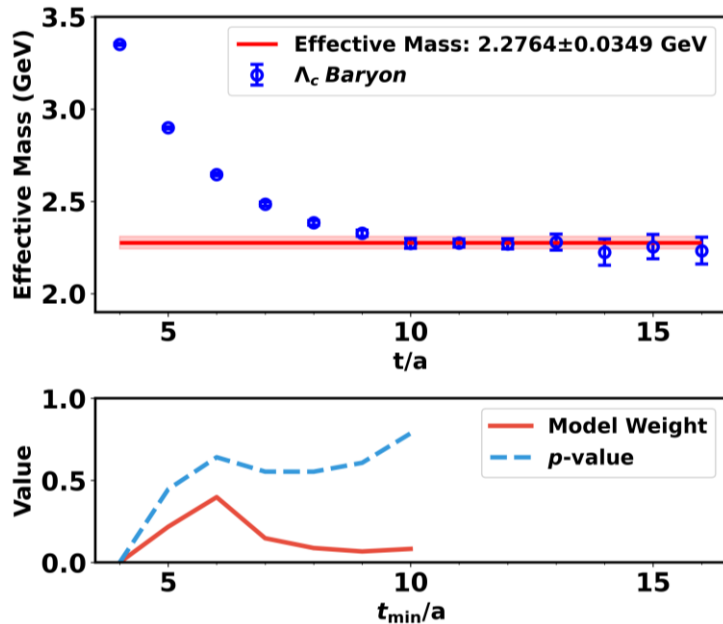


图37、 Λ_c^+ 重子有效质量

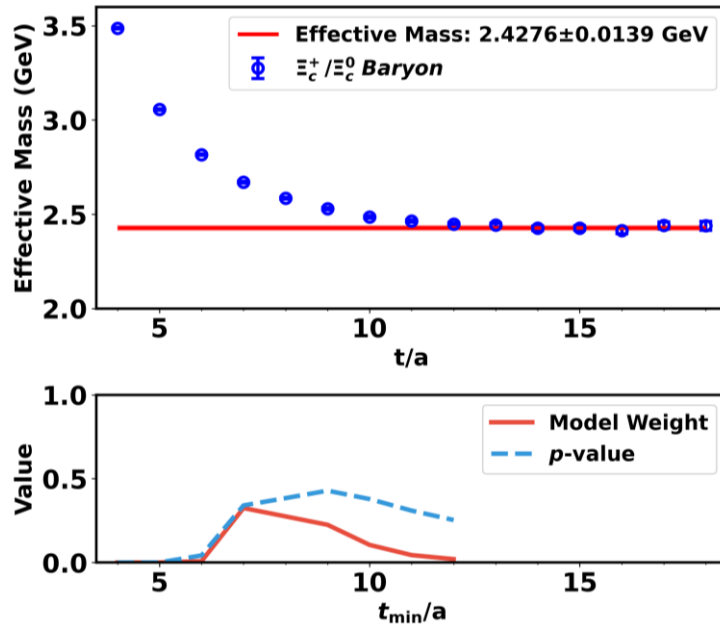


图38、 Ξ_c^+/Ξ_c^0 重子有效质量

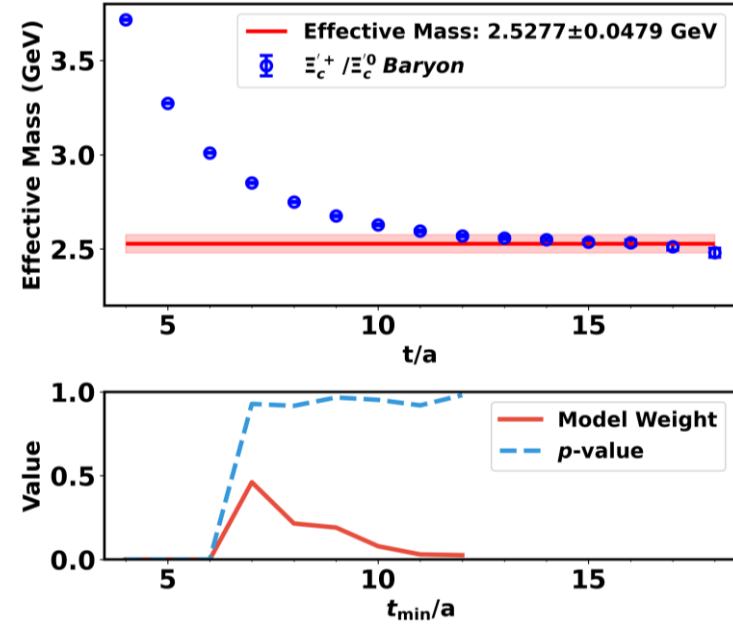


图39、 $\Xi_c'^+/\Xi_c'^0$ 重子有效质量

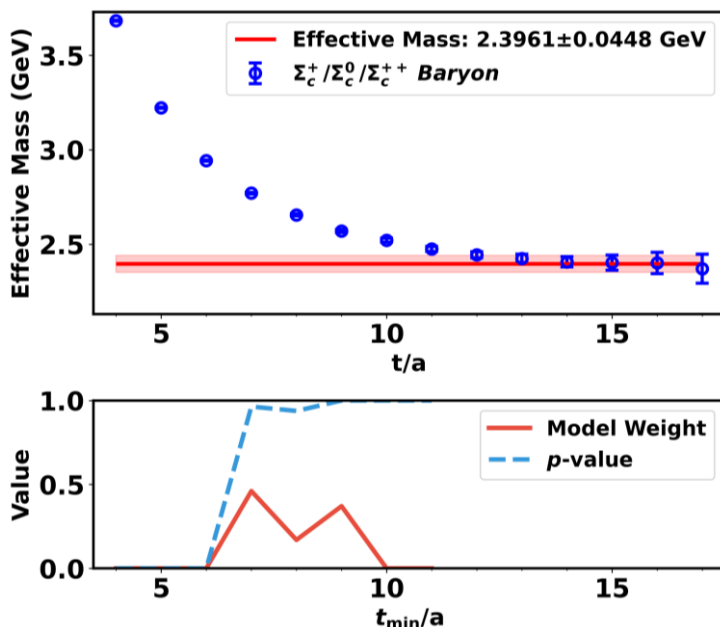


图40、 $\Sigma_c^+/\Sigma_c^0/\Sigma_c^{++}$ 重子有效质量

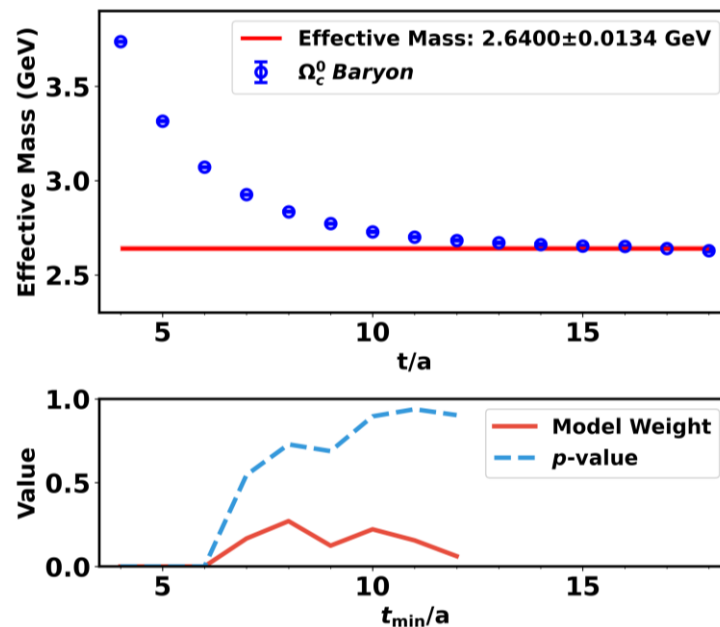


图41、 Ω_c^0 重子有效质量

C48P14
Ncfg=187
Nsrc=2×20

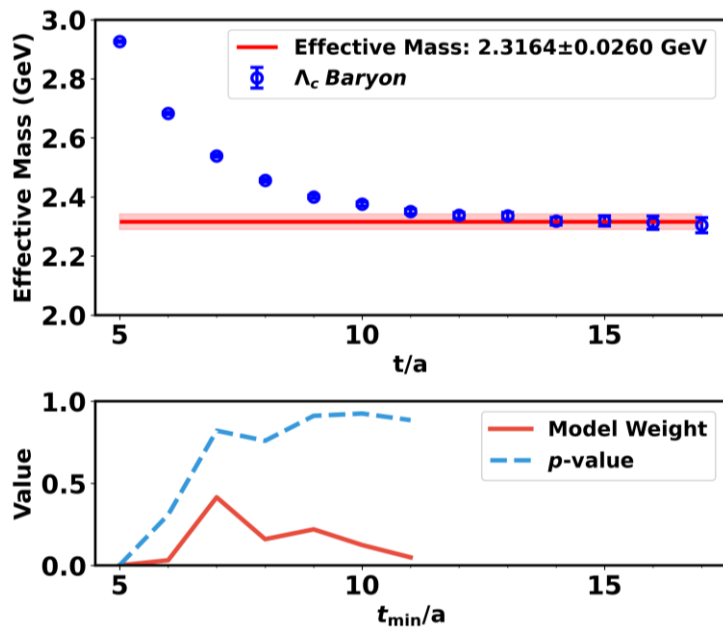


图22、 Λ_c^+ 重子有效质量

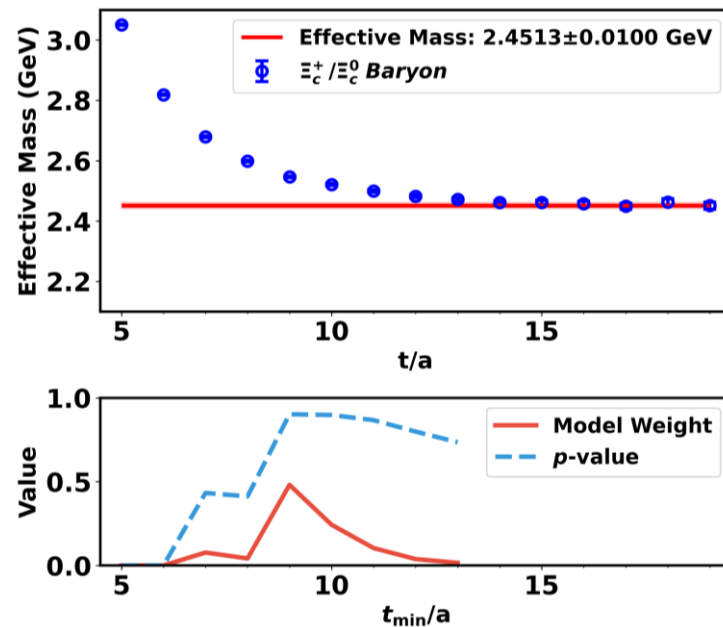


图23、 Ξ_c^+/Ξ_c^0 重子有效质量

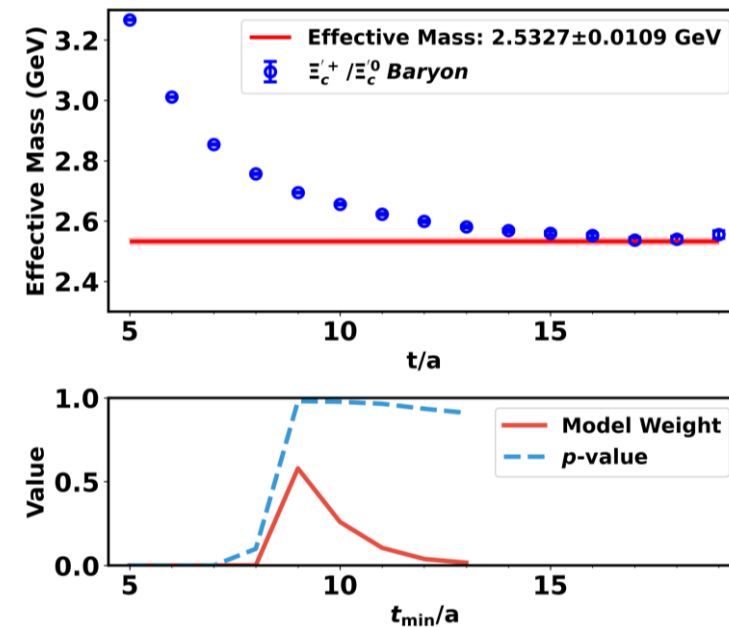


图24、 $\Xi_c^{' +}/\Xi_c^{' 0}$ 重子有效质量

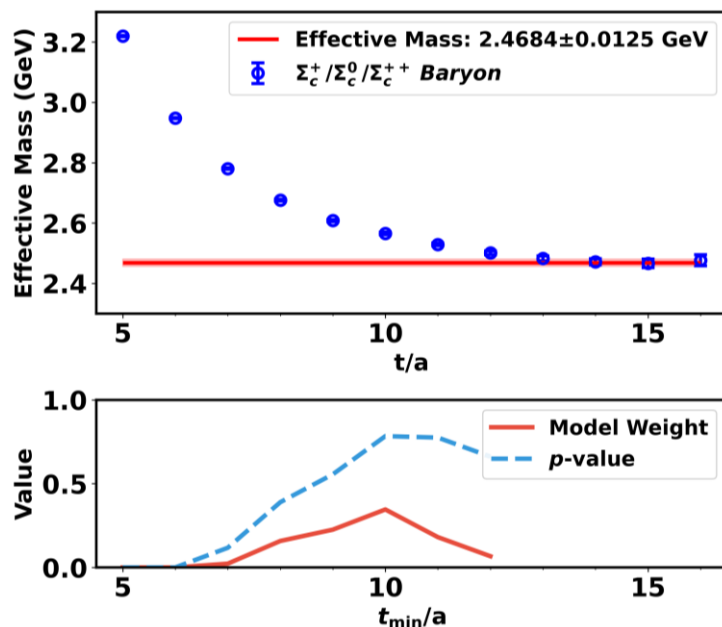


图26、 $\Sigma_c^+/\Sigma_c^0/\Sigma_c^{++}$ 重子有效质量

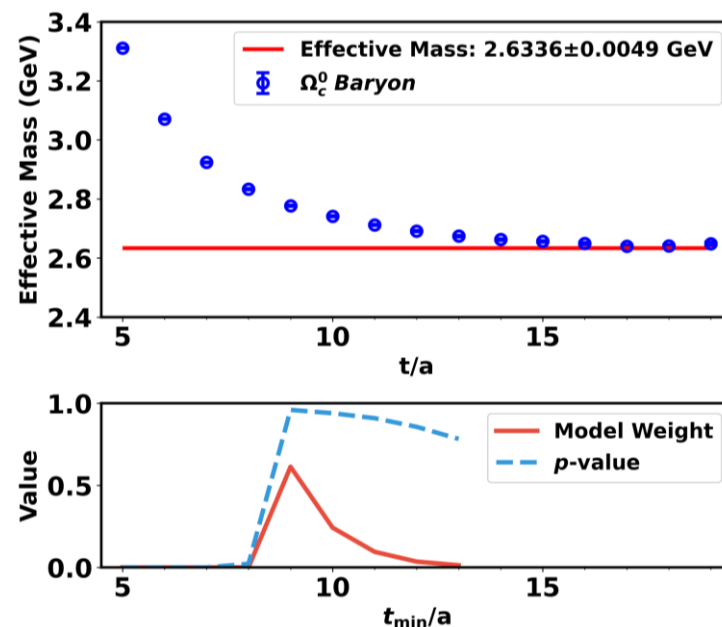


图25、 Ω_c^0 重子有效质量

C32P29
Ncfg=984
Nsrc= 2×10

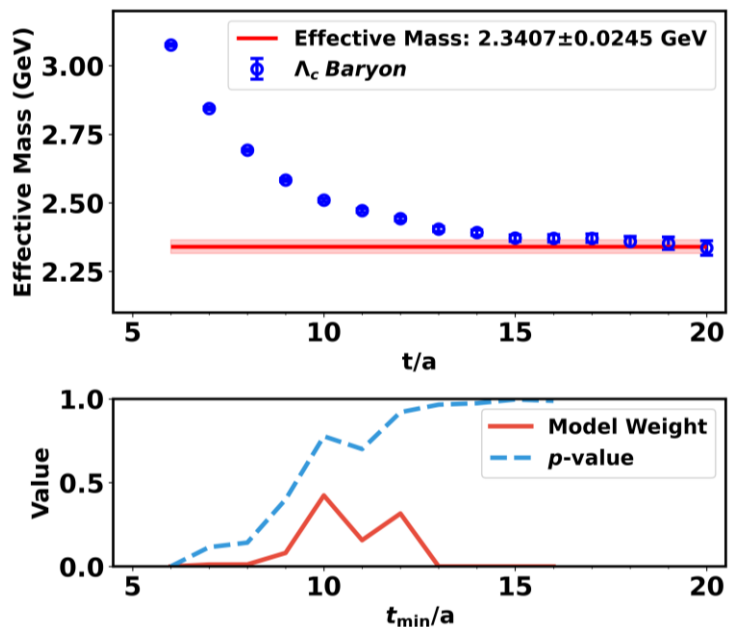


图27、 Λ_c^+ 重子有效质量

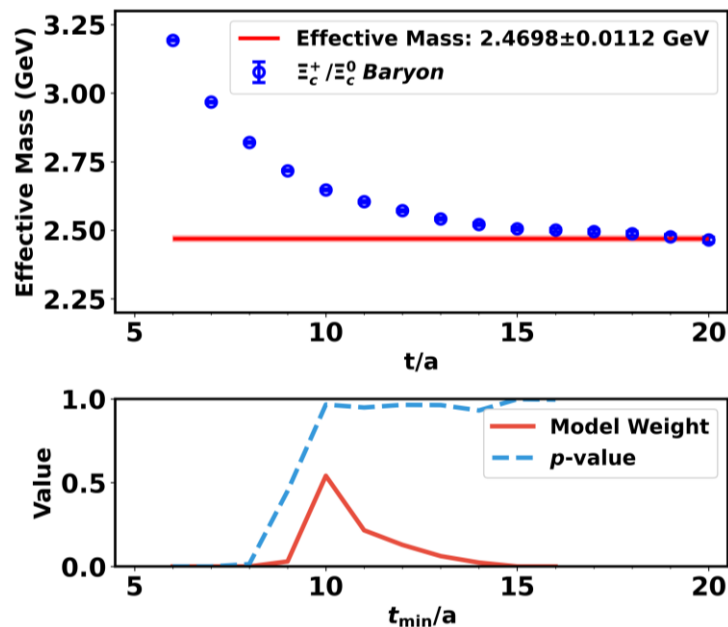


图28、 Ξ_c^+/Ξ_c^0 重子有效质量

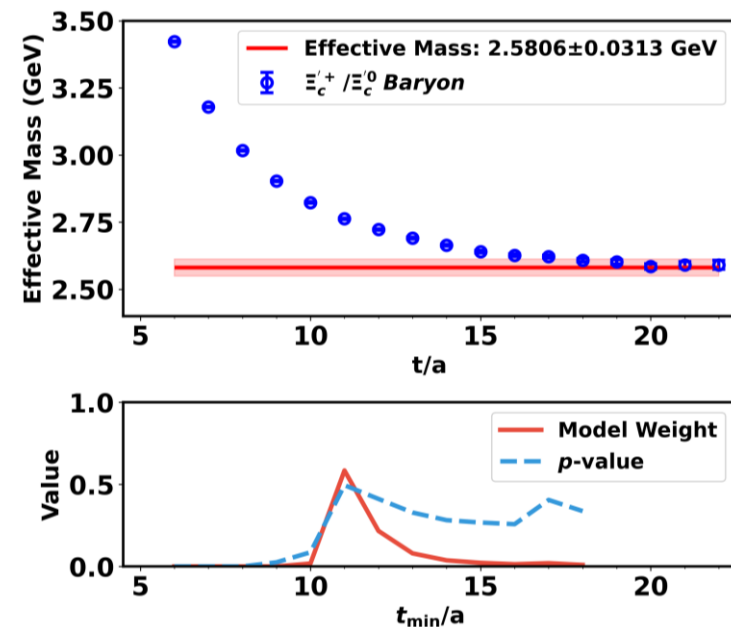


图29、 $\Xi_c'^+/\Xi_c'^0$ 重子有效质量

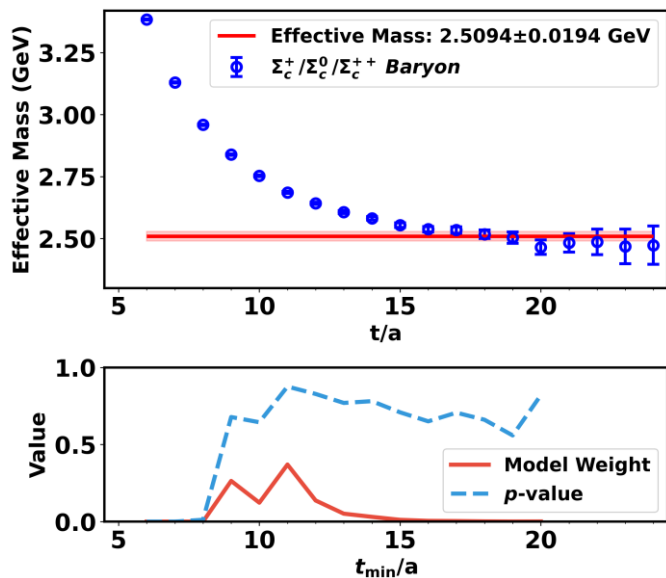


图30、 $\Sigma_c^+/\Sigma_c^0/\Sigma_c^{++}$ 重子有效质量

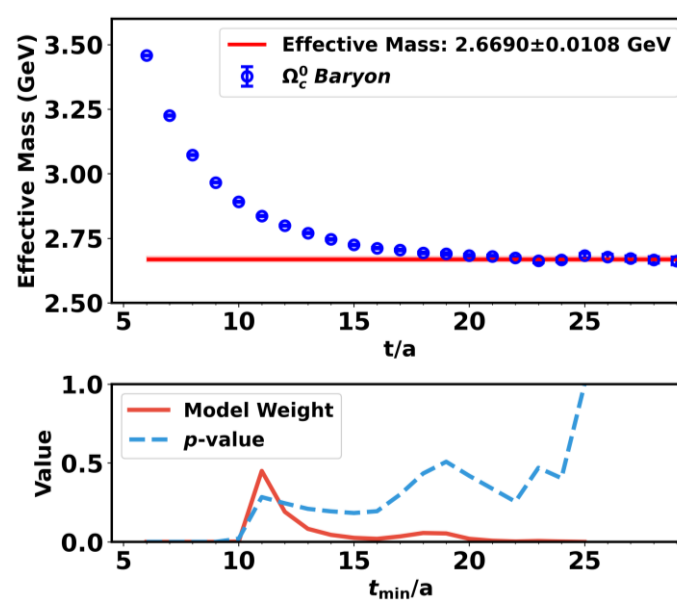


图31、 Ω_c^0 重子有效质量

F32P30
Ncfg=777
Nsrc=2×10

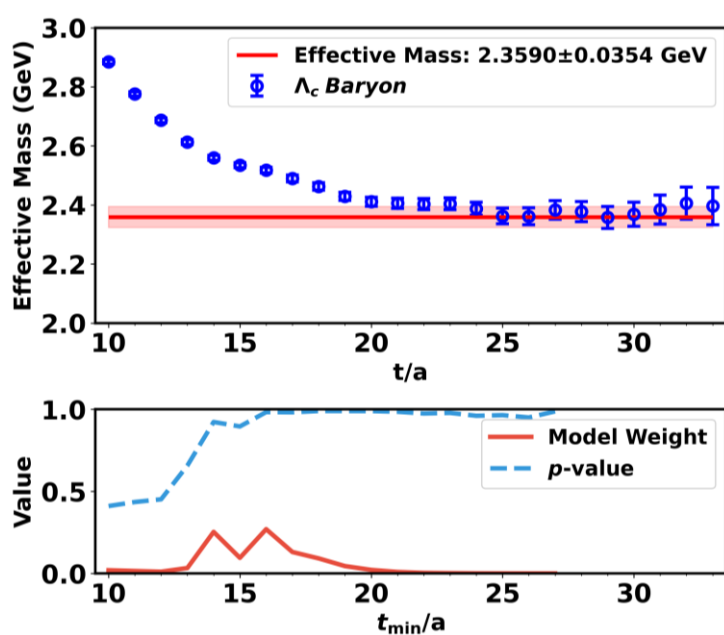


图32、 Λ_c^+ 重子有效质量

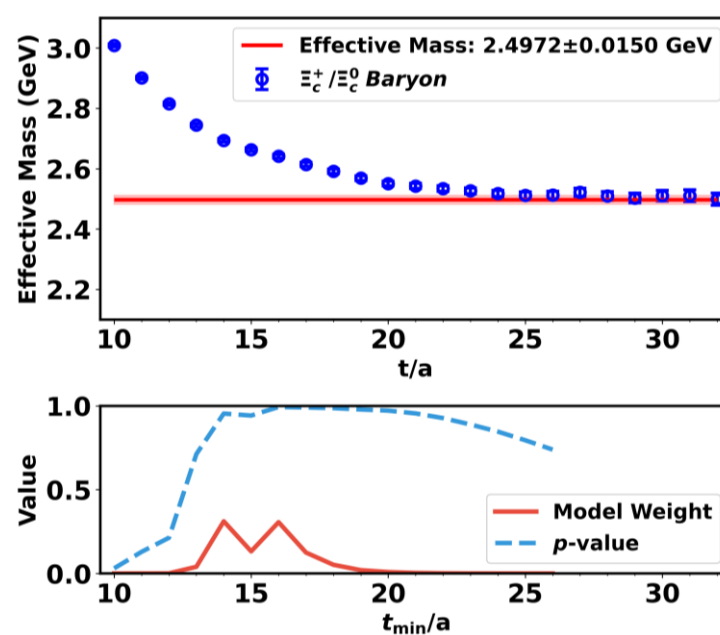


图33、 Ξ_c^+/Ξ_c^0 重子有效质量

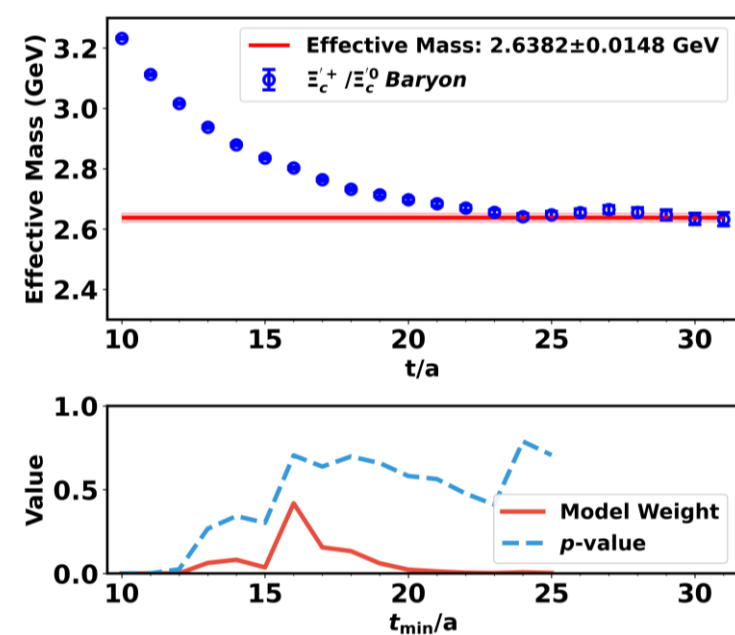


图34、 $\Xi_c'^+/\Xi_c'^0$ 重子有效质量

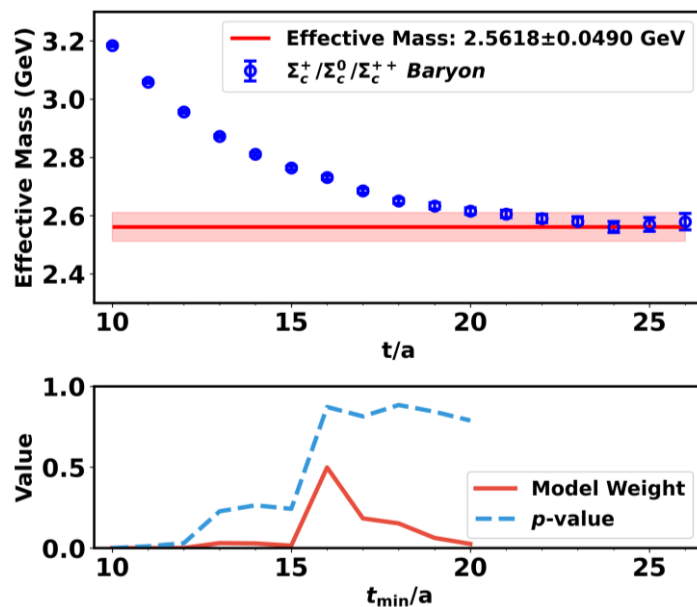


图35、 $\Sigma_c^+/\Sigma_c^0/\Sigma_c^{++}$ 重子有效质量

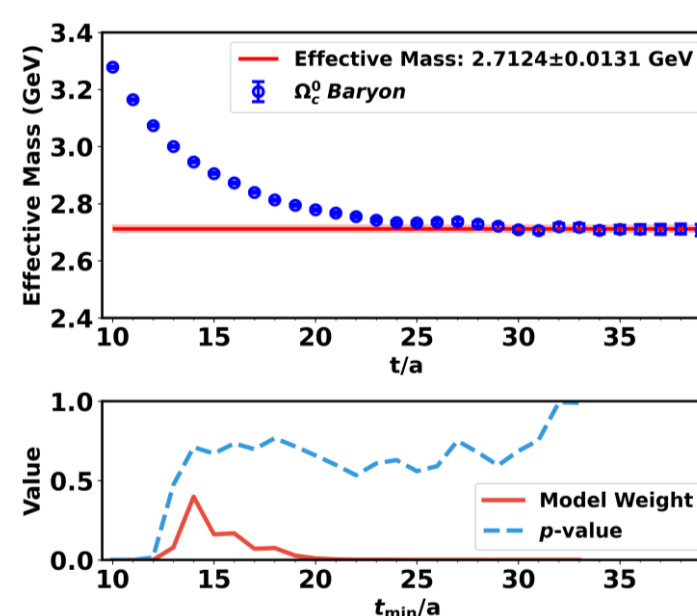


图36、 Ω_c^0 重子有效质量

H48P32
Ncfg=550
Nsrc=2×6