强子物理在该论坛, 2021-10-22

基于格点量子色动力学的 重子-重子相互作用研究

童辉

2021年10月22日



ithemS

理化学研究所 数理創造プログラム RIKEN Interdisciplinary Theoretical and Mathematical Sciences Program □ 引言

□ 理论框架

- □ 结果与讨论
 - ✓ $Ω_{ccc}Ω_{ccc}$
 - √ΩΞ

Phys. Rev. Lett. 127, 072003 (2021)

In Preparation

✓ 非对称核物质与中子星性质 In Preparation



核力与核多体系统

▶ 从核子-核子相互作用出发来描述核物质与中子星的相关性质



- 从强相互作用的基本理论—量子色动力学 (QCD) 出发描述核子-核子相互作用(核力)
- ② 从核力出发实现核物质与中子星性质的第一性原理计算

核力

🥟 1935年,Yukawa 提出介子交换理论

☆ H. Yukawa, Proc. Phys. Math. Soc. Jpn. 17, 48 (1935)

- ▶ 目前,研究核力的方法主要有
 - 根据对称性(平移不变性等)构造的核力 Argonne V14, Argonne V18 等

② 单玻色子交换模型

Bonn, CD-Bonn, pvCD-Bonn 等

③ 手征核力:基于核子和介子自由度,利用满足QCD 手征对称性的 拉氏量来描述核力

☆ E. Epelbaum, et al., Rev. Mod. Phys. 81, 1773 (2009)

④ 从格点QCD 导出核力

✤ N. Ishii, et al., Phys. Rev. Lett. 99, 022001 (2007)

从格点QCD导出核力

HALQCD 方法:利用 Bethe-Salpeter (BS) 波函数提取核力



☆ N. Ishii, et al., Phys. Rev. Lett. 99, 022001 (2007)

✓ HALQCD 合作组利用BS 波函数的上分量提取了的核子-核子中心势



Brueckner 理论的历史与发展

- Frueckner 等人提出对梯形图求和到无穷阶来处理核力短程强排 床芯问题
 K. A. Brueckner, et al., Phys. Rev. 95, 217 (1954)

$$\overset{a}{\longrightarrow} \overset{G}{\longrightarrow} \overset{b}{\bigwedge} = \overset{a}{\longrightarrow} \overset{V}{\longrightarrow} \overset{b}{\bigwedge} \overset{a}{\longrightarrow} \overset$$

Bethe 和 Goldstone 对 Brueckner 提出的方法作了进一步的发展 * J. Goldstone, Proc. R. Soc. 239, 267 (1957) * H. A. Bethe and J. Goldstone, Proc. R. Soc. 238, 551 (1957)

- Goldstone 从非简并微扰论出发,将系统基态能量的微扰展开式中的每一项用费曼图的形式表示
- ② Bethe 和 Goldstone 给出包含泡利不相容原理的散射方程
- 1960s, 非相对论 Brueckner 理论被应用于系统计算核物质性质 * B. D. Day, Rev. Mod. Phys. 39, 719 (1967)

Brueckner 理论对核物质的研究



RBHF理论对非对称核物质和中子星的研究

▶ 非对称核物质结合能、中子星质量半径关系



☆ G. Q. Li, et al., Phys. Rev. C 45, 2782 (1992)

☆ C. H. Lee, et al., Phys. Rev. C 57, 3488 (1998)

① RBHF 理论给出的中子星最大质量满足天文观测约束 $M_{\text{max}} > 2M_{\odot}$

② RBHF 计算中,通常会忽略负能态,使得从G 矩阵不能唯一提取单 粒子势的不同分量,进而导致非对称核物质性质具有不确定性

本文工作

🥟 仅包含正能态下, RBHF 计算给出的核子有效质量随不对称度的变化



作为格点 QCD 导出相对论形式核力的初步探索
 ① 研究 Ω_{ccc}Ω_{ccc} 双重子系统性质
 ② 研究 ΩΞ 相互作用,计算散射相移和散射参数
 ✓ 从完备 Dirac 空间的 RBHF 理论出发研究核物质与中子星

] 引言

□ 理论框架

□ 结果与讨论



√ΩΞ

✓ 非对称核物质与中子星性质



格点QCD

✓ LQCD 是构建在有限大小的离散时空格子上的理论

☆ G. Gattringer and C. B. Lang, QCD on the Lattice



✤ Figure from http://lpc-clermont.in2p3.fr

🖉 物理量的计算

$$\langle T[\hat{O}] \rangle = \frac{1}{Z} \int \mathcal{D}A_{\mu} \mathcal{D}\bar{\psi} \mathcal{D}\psi Oe^{-S_{E}}$$
 积分变量巨大~10⁹⁻¹⁰(格点大小96⁴)
$$Z = \int \mathcal{D}A_{\mu} \mathcal{D}\bar{\psi} \mathcal{D}\psi e^{-S_{E}}$$
 重点抽样 (蒙特卡洛模拟)

其中作用量 $S_E = S_G + S_F, S_G, S_F$ 分别为纯规范场和夸克场的作用量



🗲 Bethe-Salpeter (BS) 波函数

☆ S. Aoki, et al., PTEP. 01A105 (2012)

$$\varphi^{W}(\boldsymbol{x})e^{-Wt} = \langle 0|T\{B(\boldsymbol{r}+\boldsymbol{x},t)B(\boldsymbol{r},t)\}|2B,W\rangle$$

其中 |2B,W) 是本征能量为 $W = 2\sqrt{k^2 + m^2}$ 的 QCD 本征态

$$(k^2 + \nabla^2) \varphi^W(\boldsymbol{x}) \simeq 0$$

且其渐近行为能够给出散射相移

🔎 利用 BS 波函数定义非局域势

$$(E_k - H_0) \varphi^W(\boldsymbol{x}) = \int U(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) \varphi^W(\boldsymbol{y}) d^3 y, \quad \left(E_k = \frac{k^2}{2\mu}, H_0 = \frac{-\nabla^2}{2\mu}\right)$$

其中 μ = m/2

速度展开

🥟 非局域势的速度展开

$$U(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) = V(\boldsymbol{x}, \nabla)\delta^3(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{y})$$

展开次领头阶有

$$V(\boldsymbol{x}, \nabla) = \underbrace{V_0(\boldsymbol{x}) + V_\sigma(\boldsymbol{x})\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2 + V_T(\boldsymbol{x})S_{12}}_{\text{LO}} + \underbrace{V_{\text{LS}}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{L} \cdot \boldsymbol{S}}_{\text{NLO}} + O\left(\nabla^2\right)$$

其中
$$S = (\sigma_1 + \sigma_2)/2$$
,
$$S_{12} = 3 \frac{(\boldsymbol{x} \cdot \vec{\sigma}_1) (\boldsymbol{x} \cdot \vec{\sigma}_2)}{x^2} - \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2$$

✓ 自旋单态 (¹S₀)

$$V_C(x, S = 0) \equiv V_0(x) - 3V_{\sigma}(x) = \frac{(E_k - H_0)\varphi^W(\boldsymbol{x})}{\varphi^W(\boldsymbol{x})}$$

LQCD 中计算 BS 波函数

为了从LQCD中提取BS波函数,考虑如下关联函数

$$F(\boldsymbol{x},t) = \langle 0 | T\{B(\boldsymbol{r}+\boldsymbol{x},t)B(\boldsymbol{r},t)\} \bar{\mathcal{J}}(0) | 0 \rangle$$

其中J(0)是源算符,用于产生两重子态。插入完备集得到

$$F(\boldsymbol{x},t) = \langle 0|T\{B(\boldsymbol{r}+\boldsymbol{x},t)B(\boldsymbol{r},t)\} \sum_{n,s_1,s_2} |2B, W_n, s_1, s_2\rangle \langle 2B, W_n, s_1, s_2 |\bar{\mathcal{J}}(0)|0\rangle$$
$$= \sum_{n,s_1,s_2} A_{n,s_1,s_2} \varphi^{W_n}(\boldsymbol{x}) e^{-W_n t}, \quad A_{n,s_1,s_2} = \langle 2B, W_n, s_1, s_2|\bar{\mathcal{J}}(0)|0\rangle$$

🥟 含时的 HAL QCD 方法

✤ N. Ishii, et al., Phys. Lett. B 712, 437 (2012)

$$\left(\frac{1}{4m}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial t} - H_0\right)R(\boldsymbol{x}, t) = \int d^3\boldsymbol{x}' U(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}')R(\boldsymbol{x}', t)$$

其中 $R(\mathbf{x},t) \equiv F(\mathbf{x},t)/e^{-2mt}$, 有

$$V^{\rm LO}(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{4m} \frac{(\partial/\partial t)^2 R(\boldsymbol{x}, t)}{R(\boldsymbol{x}, t)} - \frac{(\partial/\partial t) R(\boldsymbol{x}, t)}{R(\boldsymbol{x}, t)} - \frac{H_0 R(\boldsymbol{x}, t)}{R(\boldsymbol{x}, t)}$$

] 引言

□ 理论框架

□ 结果与讨论

- ✓ Ω_{ccc}Ω_{ccc}
- √ΩΞ
- ✓ 非对称核物质与中子星性质



双重子系统 $\Omega_{ccc}\Omega_{ccc}$ 中心势

人四点关联函数来提取 $\Omega_{ccc} \Omega_{ccc}$ 的中心势 (${}^{1}S_{0}$)



1 相互作用势具有短程排斥,中程吸引的特征
 2 数值信息

Lattice size	Lattice space	Pion mass	Spin-averaged 1S charmonium mass
96 ⁴	0.0846 fm	146 MeV	3068.5 MeV

散射相移和结合能

利用 Ω_{ccc}Ω_{ccc} 的中心势计算得到散射相移和散射参数



✓利用中心势计算结合能和半径

 $B = 5.68(0.77) \begin{pmatrix} +0.46\\ -1.02 \end{pmatrix} \text{ MeV}$ $\sqrt{\langle r^2 \rangle} = 1.13(0.06) \begin{pmatrix} +0.08\\ -0.03 \end{pmatrix} \text{ fm}$

包含库仑相互作用后的散射参数

在 Ω_{ccc}Ω_{ccc} 系统中考虑库仑相互作用后计算散射参数



① 库仑相互作用 (电荷分布为指数形式)

$$V^{\text{Coulomb}}(r) = \frac{4\alpha}{r} \left(1 - e^{-\Lambda r} - \frac{11}{16} \Lambda r e^{-\Lambda r} - \frac{3}{16} (\Lambda r)^2 e^{-\Lambda r} - \frac{1}{48} (\Lambda r)^3 e^{-\Lambda r} \right)$$

② 考虑库仑相互作用后, $\Omega_{ccc}\Omega_{ccc}$ 和 $\Omega\Omega$ 更接近幺正极限

□ 引言

□ 理论框架

□ 结果与讨论



✓ ΩΞ

✓ 非对称核物质与中子星性质



ΩE 中心势

从四点关联函数来提取ΩΞ的中心势



1 相互作用势具有短程排斥,中程吸引的特征
 2 数值信息

Lattice size	Lattice space	Pion mass	Omega mass	Xi mass
96 ⁴	0.0846 fm	146 MeV	1711 MeV	1354 MeV

散射相移和散射参数

利用 ΩΞ 的中心势计算得到散射相移和散射参数



目前拟合势场所采用的的函数形式

$$V_{\text{fit}}(r) = \sum_{j=1,2,3} a_j e^{-(r/b_j)^2}$$

有限体积效应分析

利用 ΩΞ 的四点关联函数计算 effective energy shift



[☆] T. Iritani, et al., JHEP. 03, 007 (2019)

direct. (green): $R(t) \equiv \frac{C_{BB}(t)}{\{C_B(t)\}^2}, \quad \Delta E_{\text{eff}}(t) \equiv \frac{1}{a} \log \frac{R(t)}{R(t+a)}$ g.s. proj. (red): $R^{(n)}(t) \equiv \sum_r \Psi_n^{\dagger}(r) R(r,t), \quad \Delta E_{\text{eff}}^{(n)}(t) = \frac{1}{a} \log \frac{R^{(n)}(t)}{R^{(n)}(t+a)}$

□ 引言

□ 理论框架

□ 结果与讨论

- $\checkmark \Omega_{ccc} \Omega_{ccc}$
- √ΩΞ

□ 总结

✔ 非对称核物质与中子星性质

非对称核物质中的 Dirac 方程

Dirac 方程

$$[\boldsymbol{\alpha} \cdot \boldsymbol{p} + \beta (M + \mathcal{U}_{\tau})] u_{\tau}(\boldsymbol{p}, s) = E_{\boldsymbol{p}, \tau} u_{\tau}(\boldsymbol{p}, s)$$
$$\mathcal{U}_{\tau}(\boldsymbol{p}) = U_{S, \tau}(p) + \gamma^{0} U_{0, \tau}(p) + \boldsymbol{\gamma} \cdot \hat{\boldsymbol{p}} U_{V, \tau}(p), \quad \tau = n, p$$

✓ 定义有效量

$$p_{\tau}^* = p + \hat{p} U_{V,\tau}(p),$$
$$M_{p,\tau}^* = M + U_{S,\tau}(p),$$
$$E_{p,\tau}^* = E_{p,\tau} - U_{0,\tau}(p),$$

Dirac 旋量

$$u_{\tau}(\boldsymbol{p},s) = \sqrt{\frac{E_{\boldsymbol{p},\tau}^{*} + M_{\boldsymbol{p},\tau}^{*}}{2M_{\boldsymbol{p},\tau}^{*}}} \begin{bmatrix} 1\\ \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{p}_{\tau}^{*}}{E_{\boldsymbol{p},\tau}^{*} + M_{\boldsymbol{p},\tau}^{*}} \end{bmatrix}} \chi_{s}\chi_{\tau},$$
$$v_{\tau}(\boldsymbol{p},s) = \gamma^{5}u_{\tau}(\boldsymbol{p},s) = \sqrt{\frac{E_{\boldsymbol{p},\tau}^{*} + M_{\boldsymbol{p},\tau}^{*}}{2M_{\boldsymbol{p},\tau}^{*}}} \begin{bmatrix} \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{p}_{\tau}^{*}}{E_{\boldsymbol{p},\tau}^{*} + M_{\boldsymbol{p},\tau}^{*}} \\ 1 \end{bmatrix}} \chi_{s}\chi_{\tau},$$

完备 Dirac 空间中的单粒子势

利用完备 Dirac 空间中单粒子势算符的矩阵元唯一确定单粒子势的各个分量

$$\Sigma_{\tau}^{++}(p) = \bar{u}_{\tau}(\boldsymbol{p}, 1/2)\mathcal{U}_{\tau}(\boldsymbol{p})u_{\tau}(\boldsymbol{p}, 1/2) = U_{S,\tau}(p) + \frac{E_{\boldsymbol{p},\tau}^{*}}{M_{\boldsymbol{p},\tau}^{*}}U_{0,\tau}(p) + \frac{p_{\tau}^{*}}{M_{\boldsymbol{p},\tau}^{*}}U_{V,\tau}(p),$$

$$\Sigma_{\tau}^{-+}(p) = \bar{v}_{\tau}(\boldsymbol{p}, 1/2)\mathcal{U}_{\tau}(\boldsymbol{p})u_{\tau}(\boldsymbol{p}, 1/2) = \frac{p_{\tau}^{*}}{M_{\boldsymbol{p},\tau}^{*}}U_{0,\tau}(p) + \frac{E_{\boldsymbol{p},\tau}^{*}}{M_{\boldsymbol{p},\tau}^{*}}U_{V,\tau}(p),$$

$$\Sigma_{\tau}^{--}(p) = \bar{v}_{\tau}(\boldsymbol{p}, 1/2)\mathcal{U}_{\tau}(\boldsymbol{p})v_{\tau}(\boldsymbol{p}, 1/2) = -U_{S,\tau}(p) + \frac{E_{\boldsymbol{p},\tau}^{*}}{M_{\boldsymbol{p},\tau}^{*}}U_{0,\tau}(p) + \frac{p_{\tau}^{*}}{M_{\boldsymbol{p},\tau}^{*}}U_{V,\tau}(p),$$

$$U_{S,\tau}(p) = \frac{\Sigma_{\tau}^{++}(p) - \Sigma_{\tau}^{--}(p)}{2},$$

$$U_{0,\tau}(p) = \frac{E_{p,\tau}^{*}}{M_{p,\tau}^{*}} \frac{\Sigma_{\tau}^{++}(p) + \Sigma_{\tau}^{--}(p)}{2} - \frac{p_{\tau}^{*}}{M_{p,\tau}^{*}} \Sigma_{\tau}^{-+}(p),$$

$$U_{V,\tau}(p) = -\frac{p_{\tau}^{*}}{M_{p,\tau}^{*}} \frac{\Sigma_{\tau}^{++}(p) + \Sigma_{\tau}^{--}(p)}{2} + \frac{E_{p,\tau}^{*}}{M_{p,\tau}^{*}} \Sigma_{\tau}^{-+}(p).$$

单粒子算符矩阵元的计算

✓ 对 G 矩阵积分得到 Σ⁺⁺, Σ⁻⁺ 和 Σ⁻⁻

☆ R.M. Anastasio et al., PRC 23, 2273 (1981)

$$\Sigma_{\tau}^{++}(p) = \sum_{s'\tau'} \int_{0}^{k_{F}^{\tau'}} \frac{d^{3}p'}{(2\pi)^{3}} \frac{M_{p',\tau'}^{*}}{E_{p',\tau'}^{*}} \langle \bar{u}_{\tau}(\boldsymbol{p},1/2)\bar{u}_{\tau'}(\boldsymbol{p}',s') | \bar{G}^{++++}(W) | u_{\tau}(\boldsymbol{p},1/2)u_{\tau'}(\boldsymbol{p}',s') \rangle,$$

$$\Sigma_{\tau}^{-+}(p) = \sum_{s'\tau'} \int_{0}^{k_{F}^{\tau'}} \frac{d^{3}p'}{(2\pi)^{3}} \frac{M_{p',\tau'}^{*}}{E_{p',\tau'}^{*}} \langle \bar{v}_{\tau}(\boldsymbol{p},1/2)\bar{u}_{\tau'}(\boldsymbol{p}',s') | \bar{G}^{-+++}(W) | u_{\tau}(\boldsymbol{p},1/2)u_{\tau'}(\boldsymbol{p}',s') \rangle,$$

$$\Sigma_{\tau}^{--}(p) = \sum_{s'\tau'} \int_{0}^{k_{F}^{\tau'}} \frac{d^{3}p'}{(2\pi)^{3}} \frac{M_{p',\tau'}^{*}}{E_{p',\tau'}^{*}} \langle \bar{v}_{\tau}(\boldsymbol{p},1/2)\bar{u}_{\tau'}(\boldsymbol{p}',s') | \bar{G}^{-+-+}(W) | v_{\tau}(\boldsymbol{p},1/2)u_{\tau'}(\boldsymbol{p}',s') \rangle.$$

求解介质中的 Thompson 方程得到 G 矩阵

$$G_{\tau\tau'}(\boldsymbol{q}',\boldsymbol{q}|\boldsymbol{P},W) = V_{\tau\tau'}(\boldsymbol{q}',\boldsymbol{q}|\boldsymbol{P}) + \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} V_{\tau\tau'}(\boldsymbol{q}',\boldsymbol{k}|\boldsymbol{P})$$
$$\times \frac{M_{\boldsymbol{P}+\boldsymbol{k},\tau}^* M_{\boldsymbol{P}-\boldsymbol{k},\tau'}^*}{E_{\boldsymbol{P}+\boldsymbol{k},\tau}^* E_{\boldsymbol{P}-\boldsymbol{k},\tau'}^*} \frac{Q_{\tau\tau'}(\boldsymbol{k},\boldsymbol{P})}{W - E_{\boldsymbol{P}+\boldsymbol{k},\tau} - E_{\boldsymbol{P}-\boldsymbol{k},\tau'}} G_{\tau\tau'}(\boldsymbol{k},\boldsymbol{q}|\boldsymbol{P},W)$$

Dirac 质量的同位旋依赖性

🛹 RBHF 理论给出的 Dirac 质量随不对称度的变化



① 完备 Dirac 空间的 RBHF 理论计算给出 *M*^{*}_{D,n} < *M*^{*}_{D,p}

② 动量无关近似给出的 M^{*}_{D,n} 和 M^{*}_{D,p} 的相对大小,与完备 Dirac 空间以及投影方法的结果不同

完备 Dirac 空间的对称能

🛹 完备 Dirac 空间的 RBHF 理论给出的对称能随着密度的变化



① 完备 Dirac 空间的 RBHF 理论给出的对称能及其斜率与经验值 和实验值相符

中子星质量半径关系

🥟 完备 Dirac 空间的 RBHF 理论计算给出的中子星质量-半径关系



Potential	$R_{1.4}$ (km)	$M_{\rm max}/M_{\odot}$
А	11.97	2.4
В	12.13	2.4
С	12.27	2.4

① GW190814 的次级致密天体可能不是中子星

总结

- ① 利用接近真实 π 介子质量的组态计算得到 $\Omega_{ccc}\Omega_{ccc}$ 双重子间的 相互作用势场 (${}^{1}S_{0}$)
- ② 在强相互作用势场下,通过计算 Ω_{ccc}Ω_{ccc} 双重子系统性质表明 了束缚态的存在,进一步考虑库仑排斥后系统接近幺正极限, 有效力程与散射长度比值为r_{eff}/a₀^C ≃ -0.024
- ③ 利用 ΩE 间的相互作用势场,计算散射相移和散射参数
- ④ 利用完备 Dirac 空间的 RBHF 理论得到的 Dirac 有效质量
 M^{*}_{D,n} < *M*^{*}_{D,p}, 核物质对称能 33.1 MeV, 对称能斜率 65.2 MeV,
 中子星最大质量 2.4 *M*_☉

致谢

孟杰教授 张双全 副教授 赵鹏巍 研究员 王锶博博士 吕岩

Tetsuo Hatsuda 教授 Sinya Aoki 教授 Kenji Sasaki 教授 梁豪兆 副教授 Takumi Doi 研究员 Takuya Sugiura 博士

